EEN KEGELVORMIG RUIMTEVAARTUIG

17-06-2022

PO1: videometen

Een onderzoek naar de wrijvingscoëfficiënt aan de hand van de valversnelling van een kegelvormig model met behulp van Tracker

Inhoudsopgave

Inleiding

Vooraf

In de ruimtevaart is er een nieuwe manier bedacht om ruimtevaartuigen te laten afdalen op een planeet: de kegel! De kegel is een ruimtelijke, gestroomlijnde vorm, waardoor hij makkelijk door de lucht beweegt. Een ruimtevaartuig maakt een cirkelvormige beweging om de desbetreffende planeet. Maar wij zitten niet in de ruimte, dus bij ons maakt de kegel een rechte val naar beneden, een vrije val. Wij gaan in dit experiment er achter komen welke krachten er werken op een kegel tijdens een vrij val en wat een invloed kan uitoefenen op deze val. Het doel van het experiment is de wrijvingscoëfficiënt van de papieren kegel achterhalen.

De vraag die gesteld wordt om dit onderzoek uit te voeren is:

- Wat is de wrijvingscoëfficiënt van de kegel?

Om deze vraag te beantwoorden hebben wij de volgende deelvragen gesteld:

- Wat is de relatie tussen de massa en de eindsnelheid bij een kegel?
- Is de eindsnelheid constant bij het vallen van de kegel?
- Hoe hangen zwaartekracht en massa van elkaar af?
- Hoe moet de grafiek tussen de massa en de eindsnelheid eruitzien?

De hoofdvraag en de bijbehorende deelvragen gaan wij verder in dit onderzoek beantwoorden. Als eerste gaan wij de theorie achter dit experiment behandelen. Daarna gaan wij het uitgevoerde experiment beschrijven en de verworven data gaan wij vervolgens analyseren. Na de analyse kunnen wij een conclusie trekken, waarmee wij de onderzoeksvragen kunnen beantwoorden. Als laatst vindt er een discussie plaats van de meetgegevens, waarbij wij zullen kijken of de resultaten aannemelijk zijn.

Theorie

De theorie achter dit experiment en de theorie die nodig is om dit onderzoek goed te begrijpen, wordt in dit gedeelte beschreven.

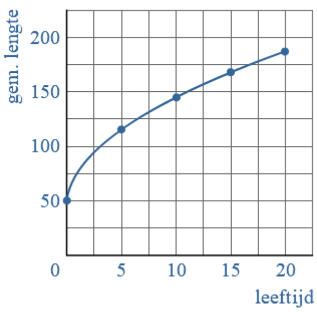
De aanwezige krachten

De zwaartekracht is een van aanwezige krachten in het experiment. Het is een aantrekkende kracht die twee of meerdere objecten naar elkaar toe trekt. In het geval van dit experiment spreken we van de aarde en de kegel. De kegel raakt uiteindelijk de grond doordat niet alleen de aarde de kegel aantrekt, maar de kegel tegelijkertijd ook de aarde aantrekt. Aangezien we het dus over de zwaartekracht op aarde hebben en de kegel aan het begin van de beweging versnelt, kunnen we constateren dat de gravitatieversnelling 9,81 m/s^2 betreft. Hierbij geldt dus ook de formule: $F_z = mg$. 'm' is de massa in kilogram en zal in ons geval variëren in dit experiment, aangezien we naar het verband zoeken tussen de massa en de eindsnelheid. De zwaartekracht zal in Newton (N) worden uitgedrukt.

Ook is de luchtwrijvingskracht een aanwezige. Deze ontstaat door het botsen van luchtmoleculen tegen een bewegend voorwerp. Onze kegel is ook een bewegend voorwerp, daarom is de luchtwrijvingskracht van toepassing. Hij zal altijd tegengesteld zijn aan de bewegingsrichting van het voorwerp. Hiervoor geldt de volgende formule: $F_{w,l} = {}^1\!/_2\, \rho C_w A v^2$. Hierbij zal elke waarde behalve de snelheid constant blijven. De metingen worden namelijk steeds met dezelfde waarden en onder dezelfde omstandigheden uitgevoerd. De luchtdichtheid (ρ) is op te zoeken in de BiNaS en geeft ons een waarde van 1,293 kg/m^3. De wrijvingscoëfficiënt (C_w) zal hier berekent moeten worden en heeft geen eenheid. Dat zullen we doen door te onderzoeken wat de maximale snelheid is van onze metingen. De snelheid (v) in m/s zal dus variëren. We zullen hiervoor de helling van een massa, snelheid-grafiek bepalen. De helling van die grafiek is dan de constante die bestaat uit de dichtheid, oppervlakte, die halve en de wrijvingscoëfficiënt die we willen achterhalen. Verder berekenen we het contactoppervlak (A) van de cirkel bovenop de kegel met de formule voor het oppervlak van een cirkel πr^2 waarbij r de straal in meter zal zijn aangezien het contactoppervlak in m^2 benodigd is. De straal betreft in ons onderzoek 0,0755 m.

Bij een eindsnelheid geldt een constante snelheid, dus een versnelling van nul, wat een vrije val genoemd wordt. We krijgen dan te maken met een krachten evenwicht tussen de zwaartekracht en de luchtwrijvingskracht. Deze twee krachten zullen even groot moeten zijn (niet gelijk, want ze moeten wel in de tegenovergestelde richting werken), daarmee de resulterende kracht nul. We krijgen de volgende vergelijking: $|F_z| = |Fw, l|$. Als we dit uit zullen schrijven krijgen we als volgt: $mg = {}^1\!/_2\, C_w \rho A v^2$. Vervolgens willen we hier het liefst een formule uit krijgen die er zo uit ziet: $v = \cdots$ hiermee kun je namelijk de snelheid berekenen waarbij de massa een rol speelt en zo dus ook het verband achterhalen tussen de eindsnelheid en massa. Nu willen we v vrijmaken: $v = \sqrt{\frac{2g}{ACw\rho}} \cdot \sqrt{m}$. Deze oplossing laat ons het verband zien tussen de massa en de snelheid: $v = \sqrt{m}$, dit geeft ons een wortelverband.

Die formule zal ons uiteindelijk ook helpen de wrijvingscoëfficiënt te achterhalen.



Afbeelding 1: Wortelverband

Verwachtingen en hypothese

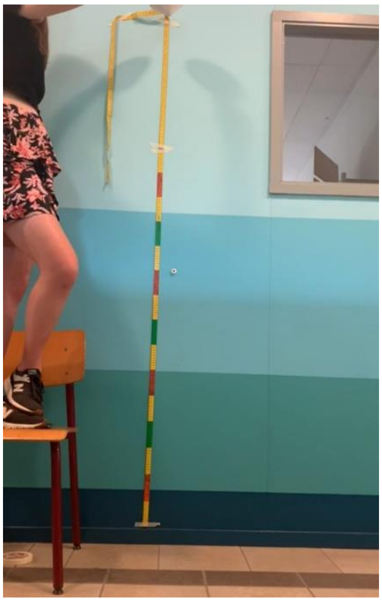
Naar aanleiding van deze theorie kunnen we zeggen dat de kegel zal beginnen met een versnelde beweging, waarna de versnelling zal afnemen, de snelheid constant zal worden en een maximale snelheid aan zal nemen. Door de massa te vergroten zal de maximale snelheid steeds groter worden.

Hoe groter de massa van de kegel, hoe groter de zwaartekracht zal zijn. Dit betekent dat hoe zwaarder we de kegel maken, hoe meer deze zal worden aangetrokken door de aarde een daarmee ook zelf de aarde zal aantrekken en hoe sneller de kegel de grond zal raken. Zo

kunnen we dus stellen dat we verwachten dat gedurende het experiment de snelheid steeds zal toenemen, aangezien we de massa groter maken.
Ook verwachten we dat de grafieken die de massa en snelheid betreffen eruit komen te zien zoals op afbeelding 1, een wortelverband.
Uit BiNaS tabel 28A kunnen we halen dat de wrijvingscoëfficiënt van een perfecte trechter 0,5 is. Onze trechter zal absoluut geen perfecte vorm hebben, vandaar dat deze Cw-waarde sowieso zal afwijken van de perfecte situatie. We verwachten een afwijking van $\pm$ 10%.

Experimentele methode
Hoe de metingen van het onderzoek goed kunnen verlopen en hoe de gegevens vergaard worden, wordt in dit deel verteld.

Meetopstelling
Het experiment begint met het maken van de kegel, waarvan het frontaal oppervlakte berekend wordt en de massa wordt gewogen.
Om de beschreven metingen uit te voeren, is de onderstaande opstelling nodig:
Er staat iemand op een stoel, die de kegel laat vallen. Verder is er nog iemand of iets nodig om de val te filmen. Als referentie voor de afstand die de kegel heeft afgelegd is er bijvoorbeeld een meetlint nodig.



Afbeelding 2: Meetopstelling

De variabelen die gemeten worden zijn de massa (m), de tijd (t) en de verticale verplaatsing (y).

Materialen
<u>Fysieke materialen</u>
- Kegel gemaakt van papier
- Klei
- Stoel
- Meetlint
- Tape

<u>Digitale hulpmiddelen</u>
- Telefoon (camera)
- Digitale weegschaal
- Tracker
- Coach
- Excel

Stappenplan
1. Maak een kegel van papier.
2. Weeg de massa van de kegel.
3. Meet de straal van de kegel. Met de straal kun je het frontaal oppervlak (A) berekenen
4. Weeg meerdere stukken klei af met verschillende massa's.
5. Zet de meetopstelling klaar zoals te zien is op *afbeelding 2*
6. Zorg er voor dat de camera stabiel staat en dat elk filmpje vanuit dezelfde hoek genomen wordt.
7. Laat de kegel vallen en film dit.

8. Voer stap 7 meerdere keren uit met verschillende massa's. (Wij hebben 10 metingen uitgevoerd)

Dataverwerking en -analyse
In dit gedeelte gaan we kijken naar de gemeten resultaten (tabel 1), zullen we deze verwerken in diagrammen en worden deze geanalyseerd.

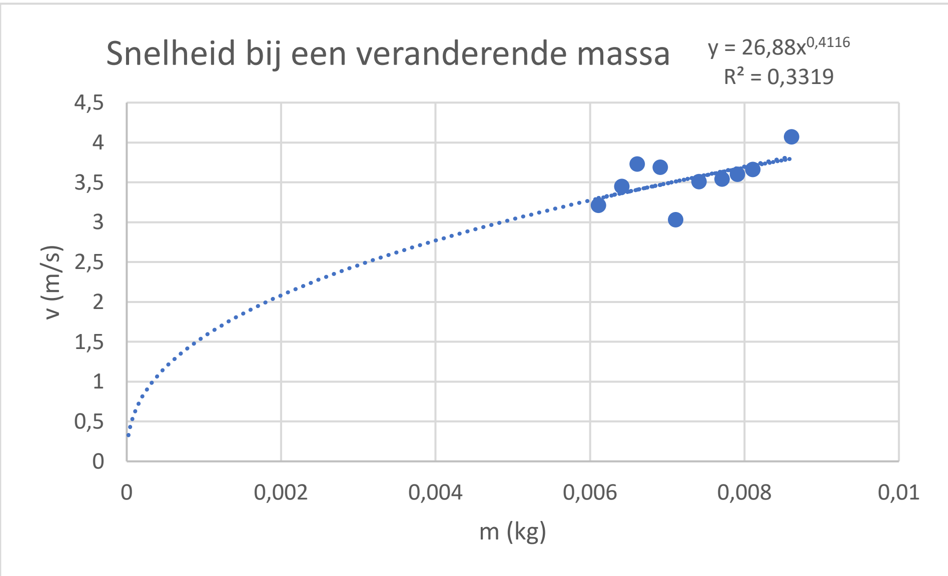
Meetgegevens

	Massa (kg)	Snelheid (m/s)
1	$6{,}11 \cdot 10^{-3}$	3,21
2	$6{,}41 \cdot 10^{-3}$	3,45
3	$6{,}61 \cdot 10^{-3}$	3,73
4	$6{,}91 \cdot 10^{-3}$	3,69
5	$7{,}11 \cdot 10^{-3}$	3,03
6	$7{,}41 \cdot 10^{-3}$	3,51
7	$7{,}71 \cdot 10^{-3}$	3,54
8	$7{,}91 \cdot 10^{-3}$	3,60
9	$8{,}11 \cdot 10^{-3}$	3,66
10	$8{,}61 \cdot 10^{-3}$	4,07

Tabel 1: Meetgegevens van het experiment

De kegel en de locatie tijdens de uitvoering van dit experiment zijn constant gehouden.
$A_{kegel} = \pi \cdot 0{,}0755^2 = 1{,}79 \cdot 10^{-2}$ m²
$\rho_{lucht} = 1{,}293$ kg/m³

Data-analyse
In tabel 1 is de maximale snelheid genoteerd bij een steeds veranderende massa. Deze maximale snelheid is bepaald door een helling van een y(t)-diagram in het programma Tracker (terug te vinden in de bijlage). De betreffende meetgegevens zijn verwerkt in een diagram in figuur 1. Om het juiste verband tussen deze twee grootheden te vinden, is nagegaan of het punt (0,0) een punt is van de grafiek. We kunnen er vanuit gaan dat het diagram door het punt (0,0) gaat, aangezien je bij een massa van 0 er ook geen snelheid zal zijn.
Uit de vergelijking van de grafiek blijkt dat de gevonden meetpunten tot op 33,19%

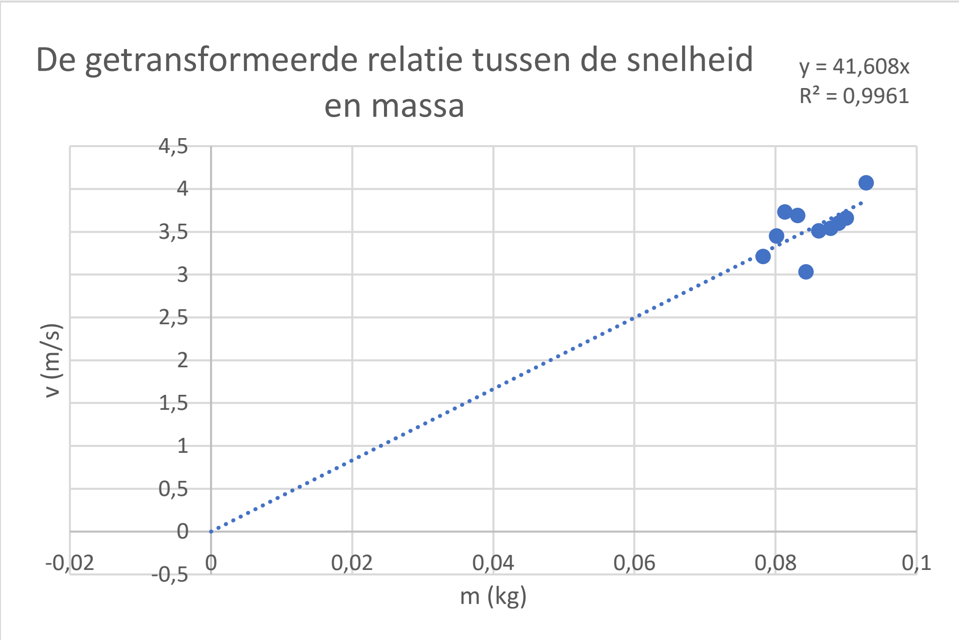


Figuur 1: Diagram van de snelheid (v) als functie van de massa (m)

nauwkeurig zijn voor het gevonden verband. Dat geeft ons weinig zekerheid over het gevonden verband. We kunnen wel zeggen dat de snelheid minder snel groeit dan dat de massa toeneemt, wat wel een wortelverband maakt.

	Massa (kg)	$\sqrt{massa}$ ($\sqrt{kg}$)	Snelheid (m/s)
1	$6{,}11 \cdot 10^{-3}$	$7{,}82 \cdot 10^{-2}$	3,21
2	$6{,}41 \cdot 10^{-3}$	$8{,}01 \cdot 10^{-2}$	3,45
3	$6{,}61 \cdot 10^{-3}$	$8{,}13 \cdot 10^{-2}$	3,73
4	$6{,}91 \cdot 10^{-3}$	$8{,}31 \cdot 10^{-2}$	3,69
5	$7{,}11 \cdot 10^{-3}$	$8{,}43 \cdot 10^{-2}$	3,03
6	$7{,}41 \cdot 10^{-3}$	$8{,}61 \cdot 10^{-2}$	3,51
7	$7{,}71 \cdot 10^{-3}$	$8{,}78 \cdot 10^{-2}$	3,54
8	$7{,}91 \cdot 10^{-3}$	$8{,}89 \cdot 10^{-2}$	3,60
9	$8{,}11 \cdot 10^{-3}$	$9{,}00 \cdot 10^{-2}$	3,66
10	$8{,}61 \cdot 10^{-3}$	$9{,}28 \cdot 10^{-3}$	4,07

Tabel 2: Meetgegevens met getransformeerde massa



Figuur 2: Het verband tussen de snelheid en de getransformeerde massa

Uit figuur 2 kunnen we opmaken dat de meetpunten voor 99,61% overeenkomen met een rechtevenredig verband dat voldoet aan een vergelijking met de wiskundige formule $y = ax$. Om de Cw-waarde te kunnen bepalen hebben we de richtingscoëfficiënt a nodig. Deze is te berekenen met de formule $a = \frac{dy}{dx}$. Door een duidelijk punt te kiezen kunnen we deze formule invullen: $a = \frac{2{,}5}{0{,}06} = 4{,}2 \cdot 10^1$. Dan kunnen we aan de slag met deze formule die al eerder behandeld is in de theorie: $v = \sqrt{\frac{2g}{ACw\rho}} \cdot \sqrt{m}$. Deze kunnen we combineren met de wiskunde formule $y = ax$, dit geeft namelijk $a = \sqrt{\frac{2g}{ACw\rho}}$. Zo kunnen we alles in die formule invullen en zal Cw ontbreken, die we willen vinden.

$a = \sqrt{\frac{2g}{ACw\rho}} \rightarrow 4{,}2 \cdot 10^1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81}{1{,}79 \cdot 10^{-2} \cdot Cw \cdot 1{,}293}} \rightarrow 1{,}74 \cdot 10^3 = \frac{19{,}62 \cdot 10^1}{1{,}79 \cdot 10^{-2} \cdot Cw \cdot 1{,}293} \rightarrow$
$1{,}74 \cdot 10^3 \cdot Cw = \frac{19{,}62 \cdot 10^1}{1{,}79 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}293} \rightarrow 1{,}74 \cdot 10^3 \cdot Cw = 8{,}4771 \cdot 10^3 \rightarrow Cw = 4{,}88 \cdot 10^{-1}$

De Cw-waarde van een perfecte kegel zou 0,5 betreffen, dus die van ons komt redelijk in de buurt. Het procentuele verschil tussen de experimenteel vastgelegde waarde van de wrijvingscoëfficiënt en de wrijvingscoëfficiënt geldend voor een perfecte kegel volgens de BiNaS is $\frac{4{,}88 \cdot 10^{-1} - 0{,}5}{0{,}5} \cdot 100\% = 2{,}3\%$.

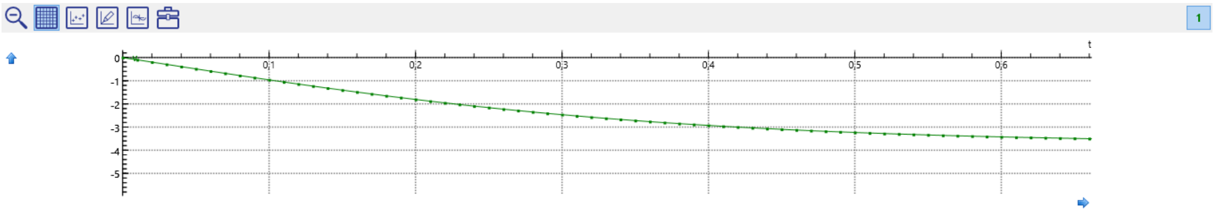
Model

Het model bevat onze gevonden waardes toegepast op de achtste meting die we tijdens ons experiment hebben gemaakt. Waar het hierbij voornamelijk om gaat is onze Cw-waarde. In hoeverre komt deze overeen met onze eigen metingen die we hebben uitgevoerd in Tracker? De maximale snelheid in zo een perfecte verloop (figuur 3) komt redelijk overeen met die we zelf hadden bepaald in Tracker met een y(t)-diagram door de helling ervan te bepalen (terug te vinden in de bijlage). Dit maakt ons er zekerder van dat onze Cw-waarde daadwerkelijk klopt.

```
Fz = m * g
Fwl = 0,5 * Cw * p * A * v^2
Fres = Fz + Fwl

a = Fres/m

dv = a * dt
v = dv + v

dy = v * dt
y = y + dy
t = t + dt

Als y <= 0 Dan Stop EindAls
```

```
g = -9,81
m = 0,00791
Cw = 0,488281
p = 1,293
A = 0,0179
v = 0
dt = 0,01
t = 0
y = 2
```

Afbeelding 3: Modelregels



Figuur 3: Het perfecte verloop volgens coach

Conclusie en discussie
Nu gaan wij de hoofdvraag beantwoorden en ook kijken of onze gevonden resultaten steekhoudend zijn

Conclusie
In dit experiment is naar voren gekomen dat we te maken hebben met een wortelverband tussen de snelheid en de massa. Dit hebben we ontdekt met behulp van de formules van de zwaartekracht en de luchtwrijvingskracht. Door deze gelijk te stellen konden we het volgende concluderen: $v = \sqrt{m}$, een wortelverband dus. Door middel van onze meetgegevens uit Tracker hebben we y(t)-diagrammen gemaakt. De gegevens daaruit hebben we in een v(m)-diagram gezet. Vervolgens hebben we met Excel kunnen ontdekken dat we niet kunnen zeggen dat onze metingen hieraan voldoen. Wel was de transformatie nauwkeurig genoeg en hebben we alsnog de wrijvingscoëfficiënt van onze kegel kunnen bepalen, deze heeft een waarde van ongeveer 4,88 met een procentueel verschil van maar liefst 2,3%.

Discussie
Bij elk experiment zijn er factoren die de meetresultaten kunnen beïnvloeden, zo ook bij ons onderzoek. Een factor zou kunnen zijn dat wij geen perfect gevormde kegel hebben gemaakt. Het grondvlak was geen perfecte cirkel, de kegel zou te bot of juist te scherp kunnen zijn. De vorm van de kegel is dus een factor die effect had op het experiment.
Een andere factor die wij zouden willen aankaarten zijn de meetresultaten uit Tracker. De gegevens die uit Tracker waren gekomen vielen ons al snel op. Wij hebben de metingen op twee verschillende dagen uitgevoerd (meting 1t/m4 op een dag en 5t/m10 op een andere dag). De resultaten van de metingen zouden geleidelijk moeten oplopen, alleen bij onze meetresultaten is dat niet zo (zie tabel 1). Een rede voor deze uitkomsten zou kunnen zijn dat op dag 2 de camera anders stond en de filmpjes dus van een andere hoek zijn opgenomen. We kunnen dit helaas niet met 100% zekerheid vaststellen.
Wat we wel zeker kunnen zeggen is dat de onnauwkeurige resultaten uit Tracker de rest van ons experiment hebben beïnvloed. Deze gegevens zijn dan ook de verklaring van de 33,19% nauwkeurigheid van figuur 1. De gegevens uit Tracker is in een diagram (figuur 1) gezet. Maar als je onnauwkeurige gegevens in een diagram zet, is de diagram dan nauwkeurig? Wij denken dus dat de onnauwkeurigheid van de diagram is veroorzaakt door de resultaten van Tracker. De verklaring voor als deze onnauwkeurigheden koppelen wij terug aan de meetresultaten van Tracker, waardoor de rest van het experiment ook niet nauwkeurig is.

Bibliografie

Auteurs, T. (2019). *Systematische Natuurkunde.* Amersfoort: ThiemeMeulenhoff. Opgeroepen op Juni 2022

Chadd, M. (2022). *Zwaartekracht*. Opgeroepen op Juni 14, 2022, van Mr Chadd academy: https://www.mrchadd.nl/academy/vakken/anw/zwaartekracht

Natuurkundeuitgelegd, A. (sd). *Luchtwrijving*. Opgeroepen op Juni 14, 2022, van Natuurkundeuitgelegd: https://natuurkundeuitgelegd.nl/videolessen.php?video=luchtwrijving

Logboek

Wanneer?	*Wie?*	*Wat?*	*Hoelang?*
3-6	Bregje en Zuzanna	Experiment uitvoeren	45 min
11-6	Bregje en Zuzanna	Alles in Tracker zetten	50 min
13-6	Bregje	Inleiding	30 min
14-6	Zuzanna	Theorie	60 min
14-6	Bregje	Experimentele methode	60 min
15-6	Zuzanna	Dataverwerking en -analyse	180 min
16-6	Bregje	Conclusie en discussie	60 min
16-6/17-6	Bregje en Zuzanna	Voltooiing	40 min

Bijlage
Straal: 7,55 cm
Diameter: 15,1 cm
Massa begin: 6,11 g
Hoogte: 2 m

Meting 1
Massa: 6,11 g
3,21

Meting 2
Massa: 6,11 + 0,3
3,45

Meting 3
Massa: 6,11 + 0,5
3,73

Meting 4
Massa: 6,11 + 0,8
3,69

Meting 5
Massa: 6,11 + 1,0
3,03

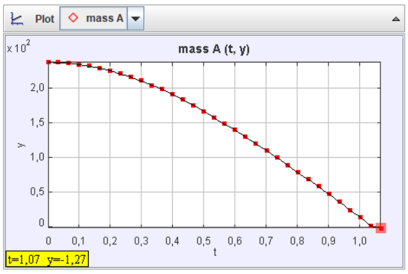
Meting 6
Massa: 6,11 + 1,3
3,51

Meting 7
Massa: 6,11 + 1,6
3,54

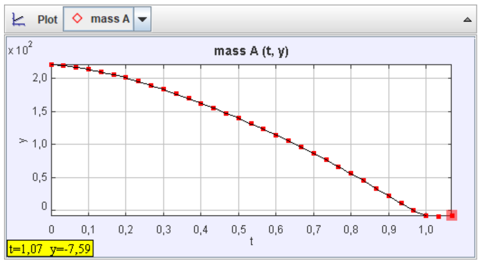
Meting 8
Massa: 6,11 + 1,8
3,60

Meting 9
Massa: 6,11 + 2,0
3,66

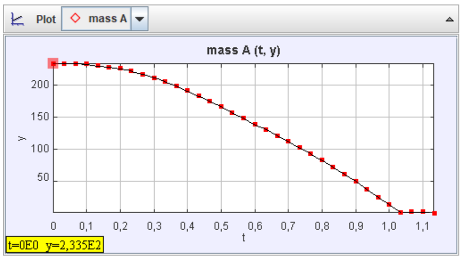
Meting 10
Massa: 6,11 + 2,5
4,07



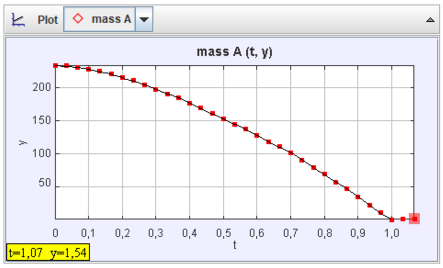
Figuur 1: meting 1



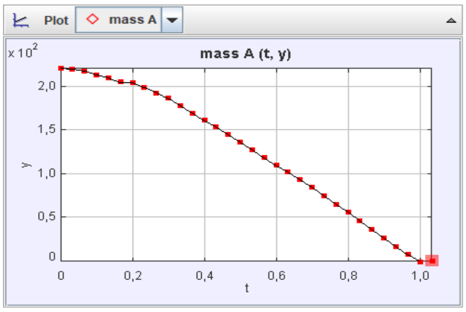
Figuur 2: meting 2



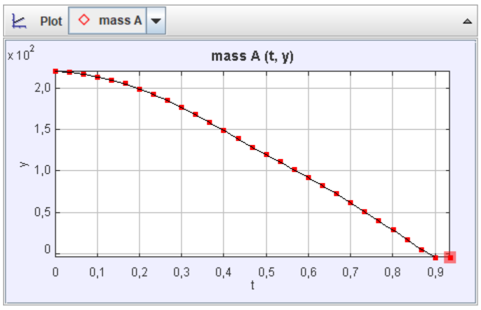
Figuur 2: meting 3



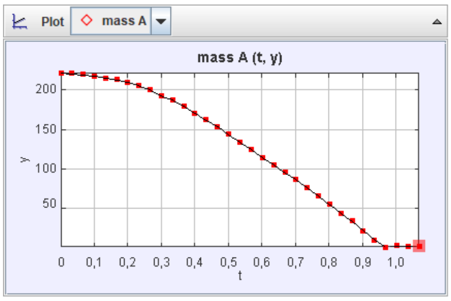
Figuur 4: meting 4



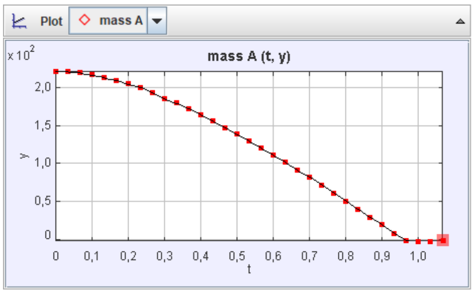
Figuur 5: meting 5



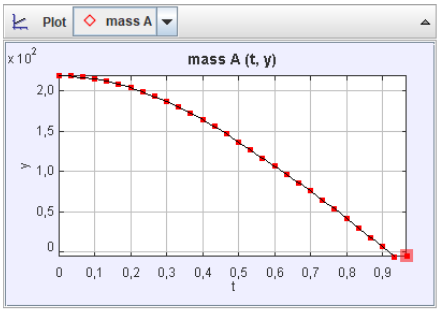
Figuur 6: meting 6



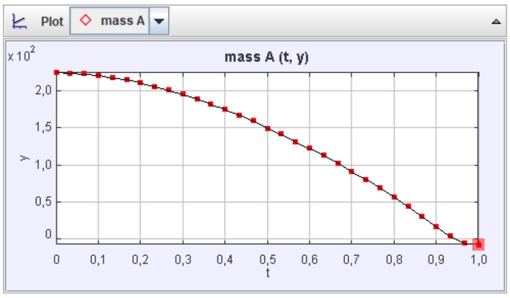
Figuur 7: meting 7



Figuur 8: meting 8



Figuur 9: meting 9



Figuur 10: meting 10