Wisselwerking en Beweging 2
Kracht, arbeid en energie
Keuzemateriaal

KLAS 5 VWO

WISSELWERKING EN BEWEGING 2

Keuzelessen en extra opgaven

Colofon

Project Nieuwe Natuurkunde

Auteurs Peter Dekkers, Kees Hooyman, Marjolein Vollebregt en Koos Kortland
Bijdragen
Vormgeving Koos Kortland
Redactie Harrie Eijkelhof, Maarten Pieters, Chris van Weert, Fleur Zeldenrust, Guus Mulder en Koos Kortland

Versie 7 december 2009

INHOUDSOPGAVE

1 Krachten en richting

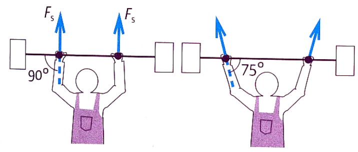
1.3 Extra opgaven

Opgaven

1 Een gewichtheffer tilt een halter met twee gewichten van elk 45 kg op. De massa van de stang is 10 kg. De gewichtheffer kan de stang op twee manieren vastpakken, zoals weergegeven in figuur 1.

a In welke situatie is de benodigde spierkracht het grootst? Leg uit waarom.

b Bereken in beide situaties de grootte van de spierkracht die de gewichtheffer op de stang moet uitoefenen.

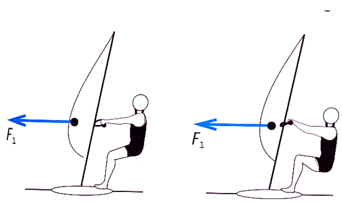


Figuur 1 – Gewichtheffen.

2 In figuur 2 zie je een surfer op een zeilplank in twee verschillende houdingen. De wind oefent in beide situaties dezelfde kracht F_1 op het zeil uit: F_1 = 250 N. De surfer zorgt met een kracht F_2 op het zeil voor evenwicht. In de eerste situatie (links) is de richting van die kracht horizontaal. In de tweede situatie (rechts) staat die kracht loodrecht op het zeil.

a In welke situatie is de benodigde spierkracht het kleinst? Leg uit waarom.

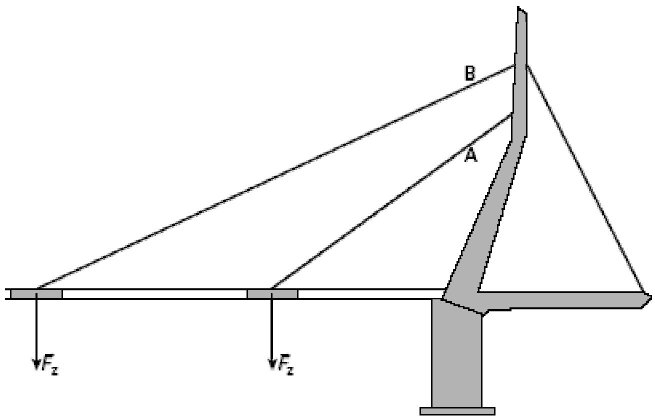
b Bepaal in beide situaties de spierkracht F_2 die de surfer op het zeil moet uitoefenen.



Figuur 2 – Plankzeilen.

3 **Tuibrug**

Bij een tuibrug wordt het wegdek links van de staander omhoog gehouden door dikke kabels (tuien). Elke kabel houdt een even groot deel van het wegdek omhoog. De zwaartekracht op zo'n stuk wegdek bedraagt $2{,}75 \cdot 10^5$ N.



Figuur 3

In figuur 3 is schematisch een deel van de tuibrug getekend. In deze figuur zijn de tuien A en B aangegeven. De andere tuien zijn niet getekend. De zwaartekracht op het stuk wegdek dat door één tui omhoog wordt gehouden, is ook aangegeven.

a Leg uit dat de spankracht in kabel B groter moet zijn dan in kabel A.

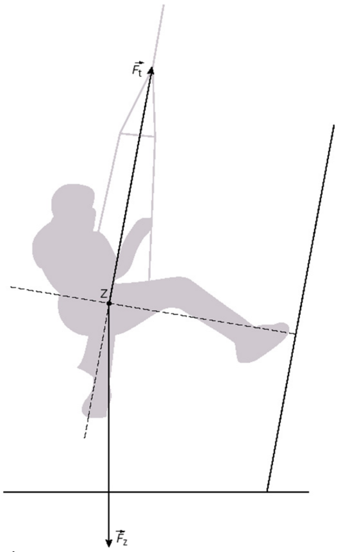
b Construeer in (een kopie van) figuur 3 de spankrachten in tui A en in tui B.

1 Krachten en richting

1.4 Extra opgaven

Opgaven

Figuur 1



Figuur 2

1 Bewegen op de maan

Op de maan kun je een stuk hoger springen dan op aarde omdat de valversnelling op de maan (g_{maan} = 1,63 m/s²) zesmaal zo klein is als op aarde.

Op een science-tentoonstelling is een attractie gebouwd waarmee je kunt ervaren hoe een sprong op de maan voelt (zie figuur 1). Een jongen in een klimvest dat aan een lang touw is bevestigd, zet zich af tegen een schuine wand die het maanoppervlak voorstelt. Als de jongen loskomt van de 'maan' beweegt hij langs een lijn loodrecht op de wand.

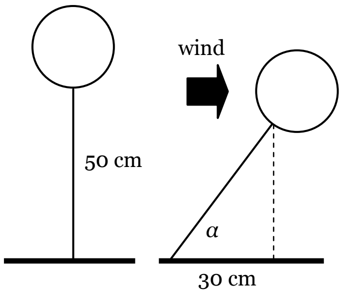
In figuur 2 is een doorsnede van de situatie getekend. In deze figuur zijn in het zwaartepunt Z de zwaartekracht F_z op de jongen en de kracht van het touw F_t op de jongen getekend.

a Construeer in (een kopie van) figuur 2 de somkracht van F_z en F_t.

b Leg aan de hand van de grootte en richting van deze somkracht uit dat de jongen als het ware op de maan springt.

2 Ballon

Een ballon, gevuld met helium, zit met een touw van 50 cm lengte vast aan een punt op de grond, zoals weergegeven in figuur 3 (links). Als het touw zou worden doorgeknipt, dan zou de ballon omhoog bewegen. De zwaartekracht op de ballon is 0,40 N. De opwaartse kracht van de lucht op de ballon is 0,48 N.



Figuur 3

a De spankracht zorgt ervoor dat de ballon niet omhoog gaat. Hoe groot is de spankracht van het touw op de ballon?

De wind blaast de ballon 30 cm naar rechts, zoals weergegeven in figuur 3 (rechts). De opwaartse kracht op de ballon is nog steeds 0,48 N.

b Nu werken er vier krachten op de ballon. Teken deze krachten in (een kopie van) figuur 3.

c Meet of bereken de hoek α.

d Hoe groot is de spankracht van het touw op de ballon?

e Hoe groot is de kracht van de wind op de ballon?

1 Krachten en richting

1.5 Extra opgaven

Opgaven

1 Transrapid

Net over de Nederlands Duitse grens in de buurt van Emmen is een testcircuit aangelegd voor de Transrapid, een zogenaamde hogesnelheidstrein (zie figuur 1). In het testcircuit bevindt zich een helling. De trein gaat langs de helling omhoog.

In figuur 2 zijn de drie krachten getekend die op de trein werken: de kracht van de motor F_m, de luchtweerstand $F_{w,l}$ en de zwaartekracht F_z.

In deze figuur zijn met grijs de componenten $F_{z,aanl}$ en $F_{z,ovst}$ van de zwaartekracht getekend. Voor de duidelijkheid is de hellingshoek α groter getekend dan hij in werkelijkheid is.

Als de trein met constante snelheid omhoog rijdt moet er sprake zijn van krachtenevenwicht in beide richtingen.

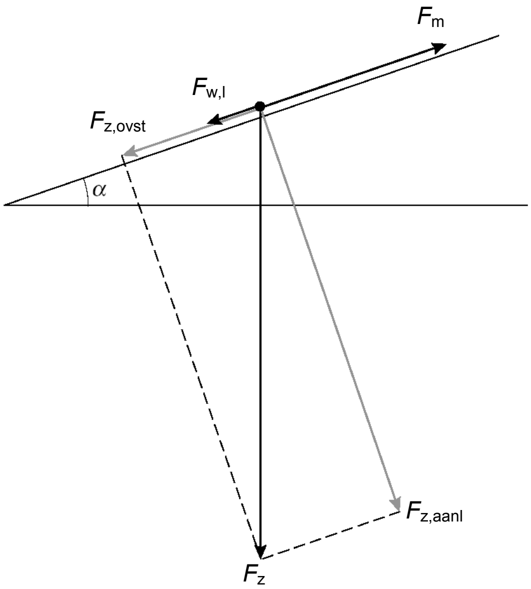
a Hoe heffen de krachten evenwijdig aan de treinrails elkaar op?

Op een bepaald moment is de luchtweerstand $F_{w,l}$ gelijk aan 32 kN. Er is dan een motorkracht F_m van 96 kN nodig om de trein met constante snelheid omhoog te laten gaan. De massa van de trein is $1{,}9 \cdot 10^5$ kg.

b Bereken de grootte van de hellingshoek α.

c Bereken de grootte van de normaalkracht van de rails op de trein.

Figuur 1



Figuur 2

2 Afdaling

In het parcours van een wielerwedstrijd zit een lange afdaling van 15%. Dat betekent: 15 m dalen (verticaal omlaag) bij het afleggen van een afstand van 100 m over de weg. Tijdens het dalen ondervindt de racefiets met wielrenner twee tegenwerkende wrijvingskrachten: de rolwrijvingskracht $F_{w,r}$ en de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$.

In de tabel van figuur 3 staan de benodigde gegevens over de racefiets met wielrenner.

Hoe groot is de snelheid die de wielrenner zonder trappen of remmen in deze afdaling bereikt?

massa racefiets met wielrenner	m	81 kg
rolwrijvingscoëfficiënt	c_r	0,003
luchtwrijvingscoëfficiënt	c_w	0,88
luchtdichtheid	ρ	1,2 kg/m^3
frontaal oppervlak racefiets met wielrenner	A	0,36 m^2

Figuur 3

2 Arbeid, energie en vermogen

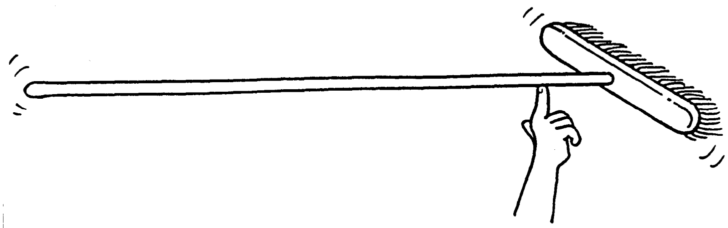
2.3 Extra opgaven

Opgaven

1 Bezem in balans

Je kunt het zwaartepunt van een bezem snel vinden door de bezem op een vinger te laten balanceren (zie figuur 1). Iemand zaagt de bezem door op de plaats van het zwaartepunt en weegt beide stukken op een weegschaal.

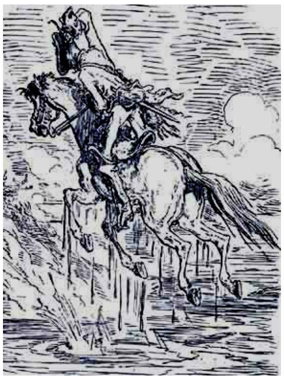
Voorspel welk stuk het zwaarst zal zijn. Geef ook uitleg.



Figuur 1 – Een bezem in balans.

2 Jezelf omhoog tillen

In de verhalen van Baron von Münchhausen bevrijdt hij zichzelf én zijn paard uit een moeras door heel hard aan zijn eigen haren te trekken. Met een beetje natuurkunde is snel in te zien dat zoiets onmogelijk is.



Figuur 2 – Baron von Münchhausen trekt zichzelf met paard uit het moeras.

Figuur 3 – Langs een klimwand kun je jezelf aan een katrol omhoog trekken.

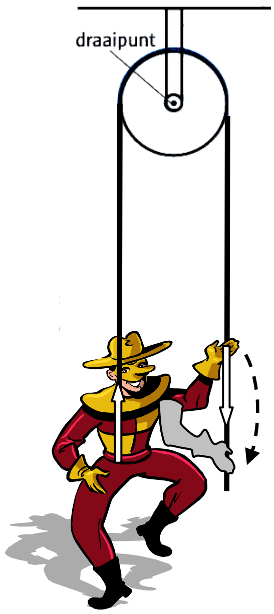
Bij een klimwand kun je jezelf wèl makkelijk omhoog trekken aan het touw dat normaal gesproken voor de veiligheid wordt vastgehouden door iemand die op de grond staat. Dat gaat bovendien veel makkelijker dan wanneer je door de persoon op de grond omhoog getrokken wordt.

Het veiligheidstouw loopt via een katrol naar beneden. De zwaartekracht op de persoon die aan het touw hangt is 800 N.

a Hoe groot is de kracht waarmee een persoon die op de grond staat moet trekken? Leg uit.

b Kun je met de hefboomwet uitleggen waarom de persoon die aan het touw hangt minder kracht nodig heeft dan de persoon op de grond?

c Hoe zou je in deze situatie arbeid of energie kunnen gebruiken?



Figuur 4 – Deze man hangt aan twee touwen.

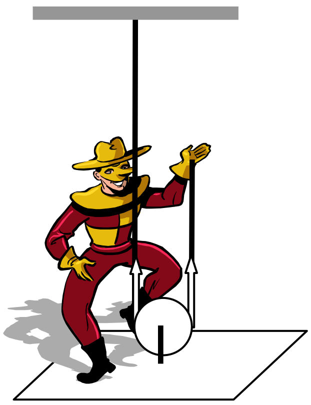
3 Uit de wetenschapsquiz van 2003

Je staat op een plaat waarop een katrol vastzit. Door de katrol loopt een touw dat met het ene eind vastzit aan het plafond. Je trekt aan het andere eind. Kun je de plaat met jezelf erop omhoog trekken?

A Ja, maar dat lukt alleen de allersterksten ter wereld.

B Nee, dat is principieel onmogelijk.

C Ja, dat lukt de meeste mensen.



Figuur 5 – De vraag van de wetenschapsquiz uit 2003.

In figuur 5 zie je de situatie van de vraag van de wetenschapsquiz weergegeven.

a Hoe zit dat nu? Kan deze man zichzelf optillen?

b Kun je deze situatie uitleggen met behulp van krachten en de hefboomwet?

c Kun je deze situatie uitleggen met behulp van energie en arbeid?

4 Kracht en arbeid bij een fiets

In deze opgave onderzoeken we de krachtoverbrenging bij een fiets door gebruik te maken van arbeid. Ter vereenvoudiging kijken we naar een fietser die met constante snelheid op een horizontale weg rijdt. De krachten op de fiets met berijder verrichten arbeid, er wordt energie geleverd aan de fiets(er) en er verdwijnt energie.

In deze situatie geldt: $W_{in} = W_{uit}$.

a Beschrijf zowel voor W_{in} als W_{uit} welke kracht hier arbeid verricht en welke afstand daarbij afgelegd wordt.

b Kun je nu ook al zeggen welke kracht groter is: de kracht op de pedalen of de tegenwerkende kracht (luchtweerstand plus rolweerstand)?

Om de *verhouding* tussen deze twee krachten te bepalen bekijken we de verplaatsing van de krachten als de trappers één keer rondgedraaid worden.

Bij een normale fiets wordt een verzet van 48×24 (tanden) gebruikt. Dat betekent: als de trappers één keer rond gaan, maken de wielen twee omwentelingen. De omtrek van het wiel is 226 cm, één rondje van het pedaal is een afstand van 113 cm.

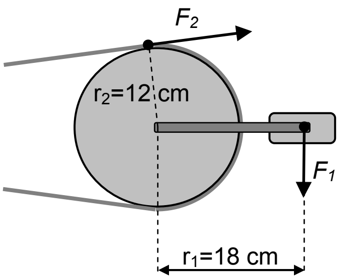
c Bereken de afstand die de fiets aflegt bij één omwenteling van de pedalen.

Bij een stadsfiets is tegenwerkende kracht bij normale snelheid ongeveer 15 N.

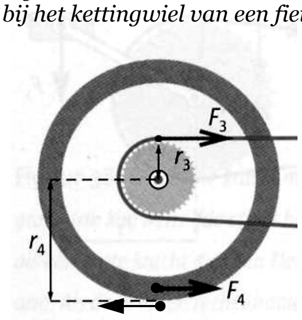
d Bereken hoe groot de kracht is die (gemiddeld) op het pedaal uitgeoefend moet worden bij constante snelheid.

Kennelijk is een fiets een hefboom die de kracht van de spieren op de trappers omzet naar een kleinere kracht.

e Wat is hier het voordeel van een hefboom die de kracht kleiner maakt?



Figuur 6 – Krachten en armen bij het kettingwiel van een fiets.



Figuur 7 – Krachten en armen bij het achterwiel van een fiets.

5 Hefbomen binnen een fiets

In deze opgave onderzoeken we de krachtoverbrenging door gebruik te maken van de hefboomwet. Een fiets bestaat uit twee draaibewegingen. Bij de trapas wordt de kracht op het pedaal F_1 omgezet in een kracht op de ketting F_2 (zie figuur 6).

De trapper zit op 18 cm van de trapas (arm r_1), de straal r_2 van het kettingwiel is 12 cm. Kracht F_2 is de spankracht van de ketting op het tandwiel.

a Is kracht F_2 groter of kleiner dan kracht F_1? Met welke factor?

De spankracht van de ketting trekt ook aan het achterwiel ($F_3 = F_2$). Bij het achterwiel wordt de kracht F_3 van de ketting omgezet in een voorwaartse kracht F_4: de afzetkracht naar achteren op het wegdek zorgt voor een kracht op het achterwiel die naar voren is gericht (zie figuur 7).

De straal r_3 van het tandwiel is 6,0 cm, de straal r_4 van het achterwiel is

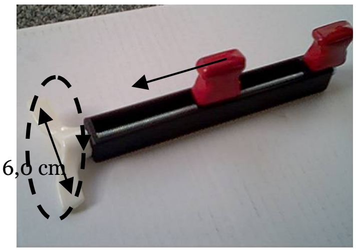
36,0 cm.

b Is kracht F_4 groter of kleiner dan kracht F_3? Met welke factor?

c Neem voor de kracht F_1 op de trapper de waarde die je bij opgave 4d gevonden hebt. Hoe groot zijn dan de krachten F_2, F_3 en F_4?

d Ga na of het resultaat overeenkomt met opgave 4.

6 Vorkexpander



Figuur 8 – Een vorkexpander wordt gebruikt om de achtervork van een fiets uit elkaar te duwen. Door het draaien van de witte vleugelmoer beweegt het contact-blokje naar voren.

Het apparaat op de foto in figuur 8 is een vorkexpander. Het is bedoeld om de achtervork van je fiets uit elkaar te duwen als de achterband verwisseld moet worden.

Een witte vleugelmoer draait een ijzeren stang met schroefdraad rond. Als de vleugelmoer gedraaid wordt, schuift het blokje in het midden naar links. Daarmee wordt de vork uit elkaar geduwd.

a Zou je in deze situatie gebruik maken van de hefboomwet of van $W_{in} = W_{uit}$?

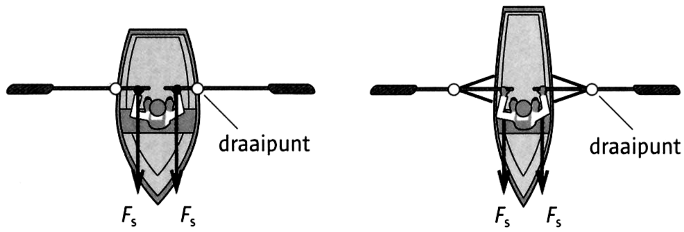
Als de vleugelmoer 8 keer rondgedraaid wordt, dan is de afstand tussen de achtervorken 1,0 cm groter geworden.

b Bereken hiermee de verhouding van de verplaatsingen.

c Om de vork uit elkaar te duwen is een kracht van 3,0 kN nodig. Bereken de kracht die daarvoor op beide uiteinden van de vleugelmoer moet worden uitgeoefend.

7 Hefbomen bij roeien

Bij roeien draait de roeispaan om een draaipunt. De kracht van de hand wordt omgezet in een kracht van het blad op het water.



normale roeiboot wedstrijdroeiboot

Figuur 9 – Verschillen tussen een normale roeiboot en een wedstrijdboot.

Bij een normale roeiboot zit het draaipunt op de rand van de boot, bij een wedstrijdroeiboot zit het draaipunt (de dol) een stukje buiten de boot. De lengte van de roeispaan wordt voorgeschreven.

a Waarom zit het draaipunt bij een wedstrijdroeiboot verder naar buiten? Wat is het effect van deze hefboom vergeleken met een normale boot?

Het is voor wedstrijdroeiers belangrijk dat het uitende van de roeispaan een zo groot mogelijke beweging maakt ten opzichte van de boot. Door het verplaatsen van het draaipunt verandert de beweging van het uiteinde van de roeispaan ten opzichte van de boot.

b Wat is het effect van het verplaatsen van het draaipunt op de beweging van het uiteinde van de roeispaan? Leg uit.

c Hoe zorgen wedstrijdroeiers ervoor dat de beweging van het uiteinde van de roeispaan toch zo groot mogelijk is?

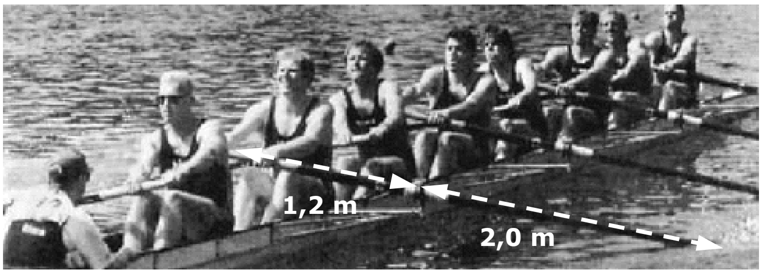
8 Wedstrijdroeien en arbeid

Door met een roeispaan in het water af te zetten, wordt een boot voortbewogen. De arbeid die de roeiers bij constante snelheid leveren is even groot als het energieverlies door tegenwerkende krachten.

Bij elke slag trekt de roeier met een gemiddelde kracht van 520 N aan het uiteinde van de spaan. Hij verplaatst daarbij het uiteinde van de roeispaan over een afstand van 1,1 m in de richting van de kracht (ten opzichte van de boot).

a Bereken de arbeid die de roeier daarbij verricht.

De roeispaan is een hefboom. De afstand van het draaipunt tot het midden van de handen is 1,2 m. De afstand van het draaipunt tot het midden van het blad is 2,0 m.



Figuur 10 – Acht met stuurman.

b Bereken de afzetkracht op het water.

Alle acht roeiers in de boot leveren evenveel kracht en arbeid. Zij maken in één minuut 33 slagen en leggen daarbij een afstand af van 300 m.

c Leg uit dat de snelheid van de boot niet steeds constant is.

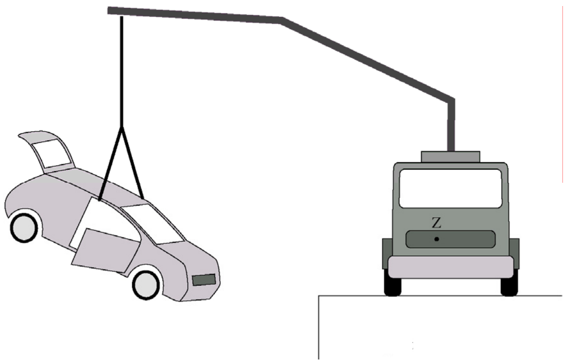
d Bereken, uitgaande van deze gegevens, de gemiddelde wrijvingskracht op de boot tijdens deze race.

9 Kantelen

Een takelwagen hijst een personenauto uit het water (zie figuur 11). Als de auto een stuk omhoog is gehesen, begint de takelwagen te kantelen. De afloop is vrij tragisch.

In figuur 12 is de situatie waarin de takelwagen op het punt staat te kantelen schematisch weergegeven. Punt Z is nu het zwaartepunt van de takelwagen. Het zwaartepunt van de personenauto bevindt zich recht onder het ophangpunt van de kabel. De massa van de takelwagen is $7{,}9 \cdot 10^3$ kg.

Figuur 11



Figuur 12

a Geef in de figuur het draaipunt en de armen van de krachten aan.

b Bereken de maximale massa die met deze takelwagen opgetild mag worden.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.11 Extra opgaven

Opgaven

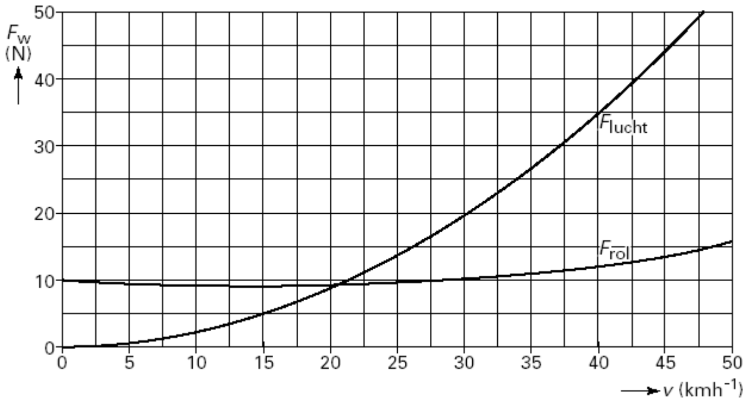
1 Fietskar

Figuur 1

Op de foto van figuur 1 zie je een fiets met een kar die de fiets duwt. In de kar zit een accu met twee elektromotoren en bagageruimte.

Zonder dat de berijdster hoeft te trappen versnelt zij van 0 tot 20 km/h. Daarbij legt zij een afstand van 35 m af. Ga ervan uit dat de beweging eenparig versneld is. De massa van de fiets plus berijdster is 72 kg. De massa van de lege fietskar is 9,5 kg. De totale wrijvingskracht op de combinatie van fiets en kar is tijdens het optrekken tot 20 km/h gemiddeld 13 N.

a Bereken hoeveel arbeid de elektromotoren van de fietskar verrichten bij het optrekken van 0 tot 20 km/h.



Figuur 2

In de grafiek van figuur 2 is de luchtwrijving F_{lucht} en de rolwrijving F_{rol} op de fiets met fietskar als functie van de snelheid weergegeven. Voor de luchtwrijving geldt: $F_{lucht} = k \cdot v^2$. Hierin is v de snelheid in m/s en k een constante in kg/m.

b Bepaal met behulp van de F_w,v-grafiek de waarde van de constante k.

Als de fietser niet trapt is de actieradius 50 km bij een constante snelheid van 20 km/h. De actieradius is de maximale afstand die door het voertuig met een volle accu afgelegd kan worden als er niet wordt getrapt. Aangenomen mag worden dat de totale hoeveelheid energie die een volle accu kan leveren bij elke snelheid hetzelfde is.

c Bepaal met behulp van onder andere de F_w,v-grafiek de actieradius bij een constante snelheid van 40 km/h.

De fabrikant overweegt om de fietskar te laten rijden op zonnecellen op het deksel van de kar. Om de fiets, berijdster en fietskar met een constante snelheid van 20 km/h te laten rijden, moeten de zonnecellen samen een vermogen van $1{,}1 \cdot 10^2$ W kunnen leveren. Men wil een type zonnecel gebruiken dat een stroomsterkte van 2,0 mA levert bij een spanning van 3,0 V. De oppervlakte van zo'n zonnecel is 4,5 cm².

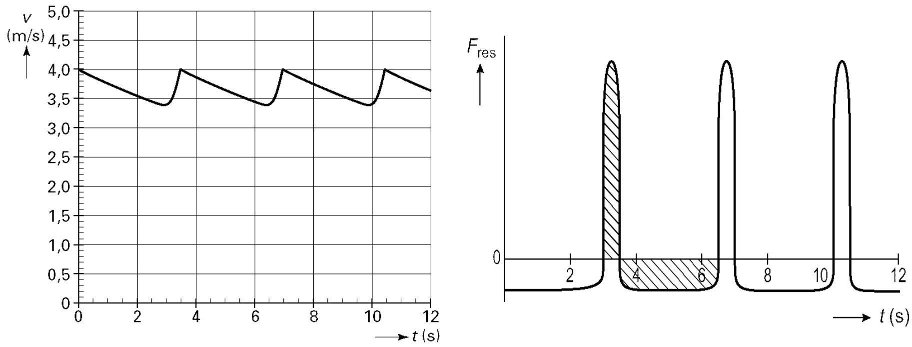
d Ga met een berekening van de benodigde oppervlakte na of dit type zonnecel hiervoor geschikt is.

2 Steppen

Arie en Bianca wijden hun praktische opdracht aan natuurkundige

aspecten van het steppen. Met een sensor meten zij de snelheid van de step.

Arie stept over een horizontale weg. Het resultaat van de metingen staat in het onderstaand v,t-diagram. Met behulp van de metingen hebben Arie en Bianca een grafiek gemaakt van de resulterende kracht F_{res} tijdens het steppen.



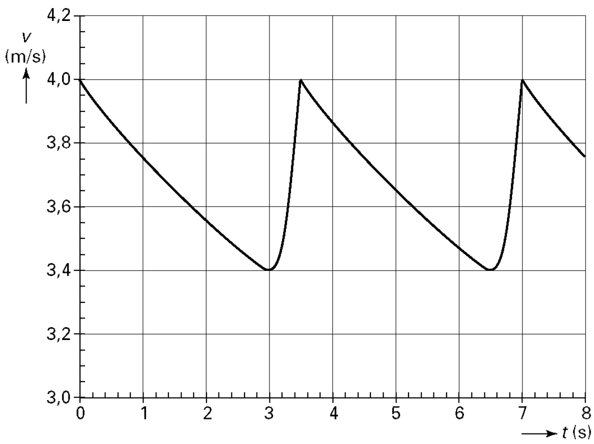
Figuur 3

a Leg aan de hand van het v,t-diagram uit dat wrijvingskrachten bij deze beweging een rol spelen.

Tijdens de meting stept Arie met een vast tempo. De periode van de beweging is 3,5 s, de afzet duurt 0,5 s.

b Leg uit dat de gemiddelde resulterende kracht tijdens de afzet 6 keer zo groot is als de kracht tijdens het uitrollen.

In figuur 4 is een deel van het v,t-diagram vergroot weergegeven.



Figuur 4

c Bepaal aan de hand van deze grafiek de gemiddelde versnelling tijdens het uitrollen en de gemiddelde versnelling tijdens de afzet.

De massa van Arie met step is 67 kg.

d Bereken met het antwoord op de voorgaande vraag de gemiddelde tegenwerkende kracht tijdens het uitrollen.

e Bereken ook de gemiddelde voorwaartse kracht die Arie tijdens de afzet op het wegdek uitoefent.

f Bereken het vermogen dat Arie tijdens de afzet levert. Gebruik daarvoor de gemiddelde snelheid tijdens de afzet.

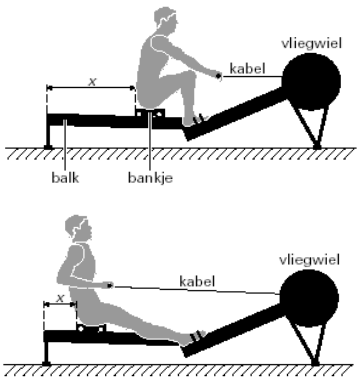
Het vermogen dat Arie tijdens de afzet levert is redelijk groot. Toch haalt hij maar een lage snelheid.

g Leg uit waardoor de snelheid waarmee Arie stept niet zo hoog is.

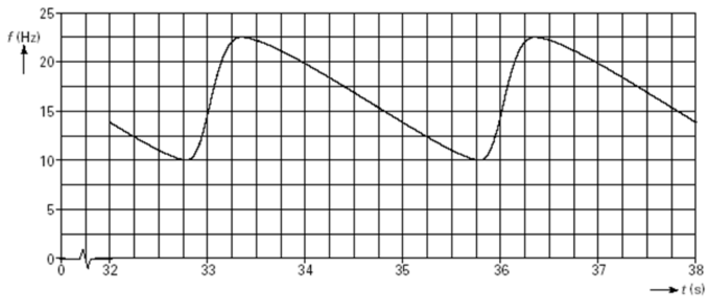
3 Roeiapparaat

Bij een roeiapparaat zit een man zit op een bankje dat over een balk kan rollen (zie figuur 5). Als de roeier zichzelf en het bankje naar achteren duwt, trekt hij aan een vliegwiel dat sneller gaat ronddraaien. Tijdens het tweede deel van de roeibeweging neemt de draaisnelheid van het vliegwiel weer af.

Een sensor meet de frequentie waarmee het vliegwiel ronddraait. In figuur 6 zie je een deel van een meting tijdens een training. Neem aan dat de man tijdens de training op een constante manier roeide.



Figuur 5



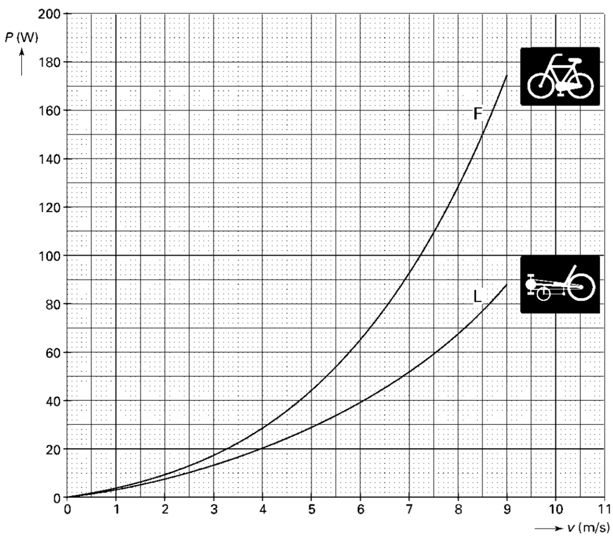
Figuur 6

Voor de rotatie-energie van het vliegwiel geldt: $E_{rot} = k \cdot f^2$. Hierin is k een constante die gelijk is aan 1,2 J/s² en f de omloopfrequentie (het aantal omwentelingen per seconde) van het vliegwiel.

Bepaal het vermogen van de roeier tijdens deze training. Bepaal daartoe eerst hoeveel energie van de roeier tijdens één roeibeweging wordt omgezet in rotatie-energie van het vliegwiel.

4 Fietsen

Fietsen kost energie. Als je met een hoge snelheid fietst, kost dat meer energie dan wanneer je met een lage snelheid fietst. Lijn F in figuur 7 geeft weer hoe het vermogen dat een fietser op een gewone fiets moet leveren, afhangt van de snelheid waarmee hij fietst.



Figuur 7

Er is een bepaalde hoeveelheid energie nodig om met een gewone fiets een afstand af te leggen van 7,5 km met een constante snelheid van 18 km/h.

a Bepaal deze hoeveelheid energie met behulp van figuur 7.

b Bepaal voor de gewone fiets de grootte van de wrijvingskracht als de fietser met een constante snelheid van 7,2 m/s rijdt.

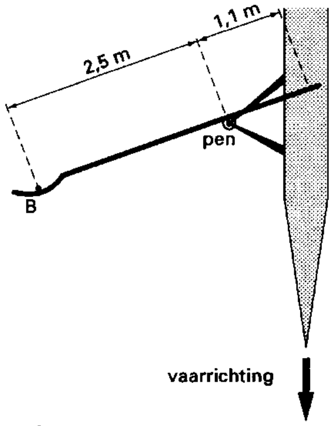
Iemand fietst gedurende 10 minuten op een gewone fiets met een constante snelheid van 6,0 m/s. Vervolgens fietst deze persoon met hetzelfde vermogen gedurende 10 minuten op een ligfiets en legt daarbij een grotere afstand af.

c Bepaal het verschil in afstand.

5 De Holland Acht

Tijdens de Olympische Spelen in 1996 te Atlanta behaalde de Nederlandse mannenroeiploeg de 'Holland Acht' een gouden medaille met een race over 2000 m in 5 min 42,74 s. Neem aan dat hun snelheid constant was.

Figuur 8 – De 'Holland Acht' tijdens de Olympische Spelen van 1996.



Figuur 9

Bij deze snelheid is de wrijvingskracht op de boot $6{,}8 \cdot 10^2$ N.

a Bereken het gemiddelde vermogen dat elk van de acht roeiers tijdens de finale heeft geleverd.

Een riem bestaat uit een steel met aan één kant een handgreep en aan de andere kant het blad. Als het blad een kracht F_1 op het water uitoefent, ondervindt het zelf een kracht F_2, loodrecht op het blad. In figuur 9 is het bovenaanzicht van een deel van de boot getekend. Daarin is een punt B aangegeven: het aangrijpingspunt van deze krachten.

b Teken in (een kopie van) figuur 9 de kracht F_2 in punt B.

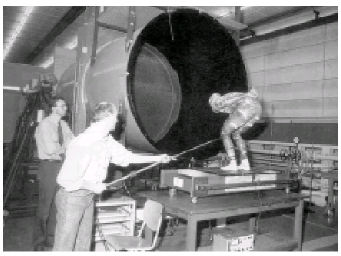
De riem kan worden beschouwd als een hefboom die om een vast punt draait. Dit vaste punt is een pen. De afstand van de pen tot de plaats van de handen op de handgreep is 1,1 m. De afstand van de pen tot punt B is 2,5 m. Op een bepaald moment oefent een roeier bij de handgreep een kracht van 660 N uit, loodrecht op de riem.

c Bereken de grootte van de kracht F_1 die het blad op het water uitoefent.

6 Schaatsstrips

Gianni Romme verbeterde tijdens de Olympische Winterspelen van 1998 het wereldrecord schaatsen op de 5000 meter. Zijn eindtijd was 6 minuten en 22,20 seconden. De Nederlandse schaatsenrijders hadden zigzagstrips op hun schaatspak geplakt ter hoogte van hun onderbenen.

In Delft wordt onderzoek met een windtunnel gedaan naar het effect van de strips (zie figuur 10). Voor de wrijvingskracht ten gevolge van de luchtweerstand geldt: $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. Hierin is c_w de luchtweerstandscoëfficiënt, ρ de dichtheid van de lucht, A de frontale oppervlakte van de schaatser en v de snelheid van de schaatser.



Figuur 10

De c_w-waarde mét strips is kleiner dan die zonder strips. Aangenomen wordt dat het door de schaatser geleverde vermogen constant is en dat de glijwrijving te verwaarlozen is.

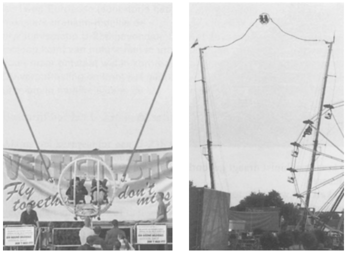
a Toon aan dat de snelheid v van een schaatser omgekeerd evenredig is met de derde-machtswortel uit de c_w-waarde:

$$v \sim \frac{1}{\sqrt[3]{c_w}}$$

De onderzoekers beweren dat met de strips ruim een halve seconde winst per ronde behaald kan worden ten opzichte van de situatie zonder strips. Hierbij wordt uitgegaan van een c_w-waarde van 0,58 mét strips en een c_w-waarde van 0,63 voor de situatie zonder strips.

b Ga door berekening na of deze bewering juist is. Bepaal daartoe eerst met welke factor de snelheid door de strips zal toenemen.

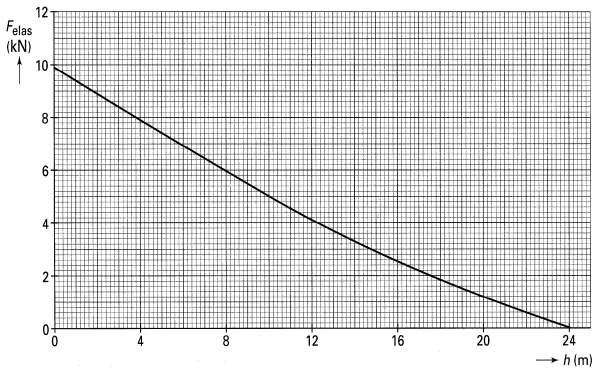
7 Vertical Shot



Figuur 11

De 'Vertical Shot' van figuur 11 is een nieuwe pretparkattractie. Een bol met twee personen wordt met behulp van een elektromagneet op de grond gehouden, terwijl de elastieken aangespannen worden. Vervolgens wordt de elektromagneet uitgezet en schiet de bol verticaal omhoog. Vlak voor het loslaten van de bol zijn beide elastieken 20 m uitgerekt. Elke veer oefent dan een kracht van 5,3 kN uit op de bol.

a Bereken de energie die in de twee elastieken is opgeslagen.



Figuur 12

In de grafiek van figuur 12 is de resulterende kracht die beide elastieken samen op de bol uitoefenen weergegeven als functie van de hoogte tot een hoogte van 24 m.

b Bepaal met de grafiek de arbeid die elastieken tijdens het wegschieten verrichten op de bol tijdens de lancering.

c Bepaal de snelheid van de bol op een hoogte *h* van 24 m.

d Bepaal op welke hoogte de snelheid van de bol maximaal is. Neem daarbij aan dat wrijvingskrachten geen rol spelen.

e Bepaal de maximale hoogte die de bol bereikt. Verwaarloos wrijvingskrachten.

8 Kleine en grote wielrenners

> **Kleine en grote wielrenners**
> Deze opgave gaat over een realistisch vraagstuk in de sport. Het vraagstuk is behoorlijk complex, de opgave is dan ook vooral bedoeld als extra opgave voor leerlingen met belangstelling voor sportprestaties.

Bij het wielrennen zie je dat sommige renners in de bergen uitblinken, terwijl andere renners op het vlakke beter uit de voeten kunnen. Men beweert dat dit vooral te maken heeft met het gewicht van de renner.

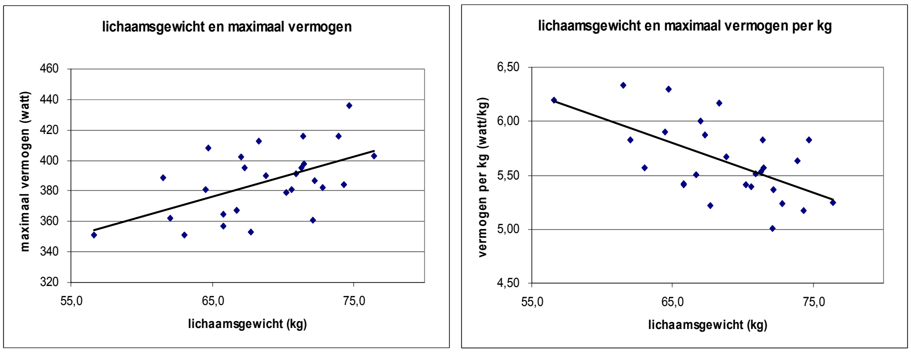
In de grafieken van figuur 13 zie je links de resultaten van metingen van het duurvermogen met de ergometer aan wielrenners van de jeugdopleiding van de Rabobank wielerploeg. Uit de tests bleek dat het vermogen toeneemt met het lichaamsgewicht. Zwaardere renners hebben meer spiermassa.

a Wie van deze renners zal volgens jou op het vlakke de grootste snelheid halen? Licht je antwoord kort toe.

b Wie van deze renners zal volgens jou op l'Alpe d'Huez de grootste snelheid halen? Licht je antwoord kort toe.

Bij wielrenners wordt vaak ook het vermogen per kg lichaamsgewicht bepaald. Dat levert een betere voorspelling van de klimcapaciteiten van een renner. De erkende klimmer Pantani leverde tijdens zo'n test 400 W bij een massa van 54 kg.

c Bereken het duurvermogen per kg lichaamsgewicht bij Pantani.



Figuur 13 – Maximaal vermogen en lichaamsgewicht (links) en het vermogen per kg lichaamsgewicht (rechts).

In figuur 13 staat rechts het vermogen per kg lichaamsgewicht van renners van de Rabobank gegeven.

d Wie van deze renners zal volgens deze grafiek op l'Alpe d'Huez de grootste snelheid halen? Licht je antwoord kort toe.

e Waarom is het vermogen per kg lichaamsgewicht voor een klimmer veel belangrijker dan het duurvermogen?

Hoeveel harder gaat een zwaardere renner op het vlakke? Daarvoor worden twee gemiddelde renners van 60 en 70 kg met elkaar vergeleken. De gegevens voor deze renners staan in de tabel van figuur 14.

f Stel voor beide renners een vergelijking op voor het vermogen op een vlakke weg en bereken daarmee de snelheid.

Hoeveel harder gaat de lichte renner op een klim van 7,7%? Neem aan dat beide renners een fiets hebben van 8,5 kg.

g Bereken voor beide renners de tegenwerkende kracht door de helling.

h Stel voor beide renners een vergelijking op voor het vermogen op een helling en bereken daarmee de snelheid.

	massa (kg)	vermogen (W)	vermogen per kg (W/kg)	rolwrijving (N)	luchtwrijving (N)
renner 1	60	360	6,0	5,0	$0{,}162 \cdot v^2$
renner 2	70	392	5,6	5,7	$0{,}170 \cdot v^2$

Figuur 14

In een artikel in het tijdschrift *Fiets* van juni 2005 wordt de conclusie getrokken dat het voordeel van zware renners op het vlakke groter is dan het nadeel bergop.

i Ben je het eens met deze conclusie? Leg uit waarom wel of niet.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.12 Sporten op topsnelheid: verschillen in topsnelheid

Keuzeparagraaf – Hier wordt onderzocht wat de oorzaak is van de verschillen in topsnelheid bij uiteenlopende sporten.
Deze keuzeparagraaf past na paragraaf 2.9 van *Wisselwerking en Beweging 2*.

Wat gaan we doen?

Bij snelheidssporten zoals schaatsen en wielrennen wordt de topprestatie vooral bepaald door de tegenwerkende krachten en het vermogen dat een sporter kan leveren. Toch is de topsnelheid bij fietsen veel hoger dan bij skeeleren of schaatsen.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Waardoor zijn de verschillen in snelheid zo groot?*

Oriëntatie – Verschillen in topsnelheid

De belangrijkste factoren die de snelheid bepalen zijn dus het mechanisch vermogen en de tegenwerkende krachten. Voor de onderlinge verschillen zijn drie mogelijke oorzaken:

- de tegenwerkende krachten zijn groter
- de sporter kan minder vermogen leveren
- er verdwijnt op een andere manier energie.

In de volgende opdrachten wordt bekeken welke rol deze factoren spelen bij verschillende sporten.

Uitwerking

1 Skeeleren en wielrennen

Het verschil in topsnelheid tussen wielrennen en skeeleren is erg groot. Wielrenners komen in de buurt van 60 km/h, skeeleraars blijven steken bij 40 km/h.

Figuur 1 – Een eindsprint bij skeeleren (links) en Marianne Vos op de Olympische Spelen (rechts).

a Vergelijk de tegenwerkende krachten bij een wielrenner en een skeeleraar. Kun je daarmee het verschil in topsnelheid verklaren?

b Vergelijk de manier waarop de sporters arbeid leveren bij het strekken van hun benen. Kan de ene sporter makkelijker een hoog vermogen leveren dan de andere? Leg uit hoe dat werkt.

c Vergelijk de manier waarop de sporters hun lichaam bewegen. Verdwijnt er energie bij die bewegingen?

Een schaatser haalt bijna 50 km/h en gaat dus ruwweg 10 km/h harder dan een skeeleraar. Toch lijkt de beweging van een schaatser sterk op de beweging van een skeeleraar.

d Is er een verschil in de tegenwerkende krachten bij een schaatser en een skeeleraar? Kun je daarmee het verschil in topsnelheid verklaren?

e De skeelers die gebruikt worden zijn door de wielen veel zwaarder dan schaatsen. De massa van de skeelers zorgen voor een behoorlijk energieverlies. Leg uit hoe dat kan.

Figuur 2 – Daniel Komen tijdens de recordrace. De onderbenen van hardlopers maken een grotere beweging dan de bovenbenen.

2 Waardoor gaat een hardloper zo langzaam?

Een hardloper heeft een lagere snelheid en daardoor ook een veel lagere luchtweerstand dan een wielrenner. Bij het wereldrecord van Daniel Komen over 3 km liep hij met een gemiddelde snelheid van 24,5 km/h (6,8 m/s). Bij deze snelheid is zijn luchtweerstand 9,0 N.

a Bereken het mechanisch vermogen dat Daniel Komen bij deze race leverde.

Voor hardlopen is dus kennelijk slechts een erg kleine kracht nodig en de atleet levert een laag vermogen. Toch gebruiken zijn spieren ongeveer evenveel energie, want beide atleten zijn na afloop van hun race uitgeput. Waar gaat die energie heen?

Een hardloper tilt zijn onderbeen een flink eind omhoog. Dat blijkt in de praktijk de minste energie te kosten.

b Wat gebeurt er met de zwaarte-energie van het onderbeen op het moment dat hij zijn voet op de grond zet?

c Een hardloper zwaait zijn been met flinke snelheid naar voren. Wat gebeurt er met de bewegingsenergie van het been op het moment dat hij zijn voet op de grond zet?

Wielrenners en schaatsers leveren arbeid tijdens het strekken van hun benen. Een wielrenner trapt daarbij vrijwel in de ideale richting.

Figuur 3 – Hardlopers bewegen hun bovenlichaam en armen zo min mogelijk om energieverlies te voorkomen.

d Leg uit waarom een hardloper weinig energie kan halen uit het strekken van zijn benen.

Bij het hardlopen gaat het dus niet zozeer om de tegenwerkende kracht, maar om het energieverlies aan de beweging van de lichaamsdelen.

e Verklaar de volgende bewering: “Wielrenners trainen om zoveel mogelijk vermogen te leveren, hardlopers trainen om zo weinig mogelijk energie te verspillen.”

Hardlopers trainen veel meer op looptechniek dan op het leveren van een groot vermogen. Je zult een hardloper dan ook niet snel een test zien doen op een fietsergometer.

f Leg uit dat het trainen op looptechniek veel meer winst kan opleveren dan het trainen op vermogen.

Samenvatting

Een hoge topsnelheid wordt gerealiseerd bij een kleine tegenwerkende kracht, een groot mechanisch vermogen en weinig verlies aan energie.

Het mechanisch vermogen is groot als de spieren in de optimale richting gestrekt kunnen worden, als de spieren voortdurend kracht kunnen leveren en als het tempo waarmee de benen bewegen hoog is.

Energieverlies treedt bijvoorbeeld op bij het bewegen van armen en benen. Bij hardlopen is dit verlies erg groot, bij wielrennen is door de cyclische beweging het energieverlies erg klein.

De natuurkunde van wielrennen, hardlopen en schaatsen
Wielrennen, hardlopen, schaatsen en motorracen hebben – natuurkundig gezien – veel zaken gemeenschappelijk. Het gaat om het produceren van kracht, het zo klein mogelijk maken van wrijving en het daardoor bereiken van een hoge snelheid. Welke snelheid kun je halen bij hardlopen, fietsen, schaatsen en motorracen? Bekijk dit artikel op internet:
http://www.natuurkunde.nl/artikelen/view.do?supportId=836547

Begripstest

3 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.

a De topsnelheid van sporters is, bij gegeven mechanisch vermogen, omgekeerd evenredig met de tegenwerkende krachten. ja / nee

b Een hardloper gebruikt meer energie om zijn benen te bewegen dan om de tegenwerkende krachten te ‘overwinnen’. ja / nee

c Bij een wielrenner op topsnelheid is de tegenwerkende kracht groter dan bij een skeeleraar op topsnelheid. ja / nee

d Het rendement van de inspanning is bij een wielrenner groter dan bij een skeeleraar. ja / nee

e Een wielrenner levert bij een hoog beentempo altijd een groter vermogen dan bij een laag beentempo. ja / nee

Opgaven

4 Energie bij hardlopen
Een hardloper gebruikt een groot deel van zijn energie voor het heen- en weer bewegen van zijn benen. Uit onderzoek is nu gebleken dat er een optimale rensnelheid is voor mensen.

Mens heeft optimale rensnelheid

De meest efficiënte hardloopsnelheid voor vrouwen is gemiddeld 10,4 km/h. En voor mannen is dat gemiddeld 13,3 km/h. Ren je sneller of langzamer, dan verbruik je per km meer calorieën dan bij deze optimale snelheid. Dit blijkt uit onderzoek aan negen proefpersonen die op een loopband renden.

Voor mensen werd tot nu gedacht dat een hogere snelheid altijd meer energie kostte. Dat is ook zo als het per minuut wordt bekeken: wie sneller loopt, gaat meer zweten – dat merkt iedere hardloper. Maar gemeten per afgelegde meter is er wel degelijk een optimale snelheid.

Die optimale snelheid is voor een goed getrainde loper snel, maar te doen. Vrouwen lopen dan de halve marathon in 2.02 uur; mannen doen er dan 1.35 uur over. Een man loopt de hele marathon dan in 3.10. Het verschil tussen mannen en vrouwen wordt waarschijnlijk veroorzaakt door het grotere gewicht en de langere benen van de mannen uit het onderzoek. Ieder individu had een eigen optimale snelheid.

Algemeen wordt aangenomen dat pas Homo Erectus (vanaf 1,8 miljoen jaar geleden) goed kon rennen en dat hij dat vermogen gebruikte om achter beesten aan te rennen om ze zo uit te putten en ze na een aantal uur vrij gemakkelijk te doden waren.

Bron: *NRC*, april 2009

a Leg uit hoe het kan dat een hardloper bij de optimale rensnelheid meer zweet dan bij een lagere snelheid, maar toch minder energie verbruikt.

Dit verschijnsel moet verklaard kunnen worden uit het optillen en meebewegen van het onderbeen. Bekend is dat hardlopers hun onderbenen verder optillen naarmate de snelheid groter wordt. Een herkenbaar voorbeeld daarvan is de struisvogel die zijn poten heel ver optilt. De verklaring daarbij is dat het naar voren zwaaien van de benen minder energie kost als het been 'opgevouwen' is.

b Leg uit dat het naar voren bewegen van de onderbenen bij een lage snelheid meer energie kost dan bij de optimale rensnelheid.

Vermogen en rendement van een sporter

Het vermogen dat een sporter kan leveren hangt sterk af van de situatie waarin hij dat vermogen moet leveren en de manier waarop hij zijn spieren gebruikt. Al deze factoren leveren een bijdrage aan het *rendement* van de sporter. Zelfs bij een zeer efficiënte sporter gaat het grootste deel van de energie die de spieren gebruiken verloren. Een groot deel gaat verloren aan warmte. Daardoor ga je bijvoorbeeld zweten. Bij wielrenners ligt het rendement ongeveer bij 20%.

5 Het voordeel van een verzet bij wielrennen

Een belangrijk voordeel van een fiets is dat je zelf de beste versnelling kunt kiezen. De wielrenner kan door te schakelen een ander verzet kiezen. Daarmee verandert de kracht waarmee hij op het pedaal moet trappen.

a Welk nadeel heeft een heel licht verzet, waarbij de wielrenner dus weinig kracht hoeft te leveren?

b Welk nadeel heeft een heel zwaar verzet?

Voor het vermogen dat de wielrenner levert geldt: $P_{\mathrm{mech}} = F_{\mathrm{voet}} \cdot v_{\mathrm{pedaal}}$. De wielrenner kan met zijn voeten een veel grotere kracht leveren dan nodig is voor de tegenwerkende krachten.

c Leg uit dat je bij een licht verzet en een hoge trapfrequentie hetzelfde vermogen kunt leveren als bij een zwaar verzet en een lage trapfrequentie.

Door de krachtoverbrenging binnen de fiets wordt de grote kracht op de trappers omgezet in een veel kleinere kracht op de weg.

d Lijkt hardlopen het meest op fietsen met een licht of met een zwaar verzet?

e Vergelijk skeeleren met hardlopen. Zou je kunnen zeggen dat je bij skeeleren een groter 'verzet' gebruikt dan bij hardlopen?

Vermogen en trapfrequentie

Een wielrenner kan op twee manieren meer vermogen leveren: door meer kracht te zetten of door de pedalen sneller rond te draaien. Hetzelfde geldt voor een roeier die de kracht of de slagfrequentie kan aanpassen.

Aan beide factoren zit een grens: bij een grote kracht zullen de spieren sneller verzuren, bij een te hoge trapfrequentie kunnen de benen het niet meer 'bijhouden'. Bij een lichter verzet en een hoge frequentie wordt het rendement kleiner.

Door een ander verzet te kiezen kan de wielrenner de trapfrequentie en kracht veranderen. Bij een optimale combinatie van versnelling en trapfrequentie haalt hij het maximale uit zijn lijf.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.13 Sporten op topsnelheid: je eigen vermogen meten

Keuzeparagraaf – Hier wordt in een experiment onderzocht welk mechanisch vermogen je eigen lichaam kan leveren.
Deze keuzeparagraaf past na paragraaf 2.9 van *Wisselwerking en Beweging 2*.

Wat gaan we doen?

Voor topsporters zoals wielrenners, roeiers en schaatsers is het (duur)vermogen heel belangrijk. Lance Armstrong kon bij een lange beklimming in de Tour de France continu een vermogen van 450 W leveren. Ook zonder dure ergometer kun je een meting doen van je eigen vermogen. Bij dit onderzoek meten we het vermogen met een traploopwedstrijd.

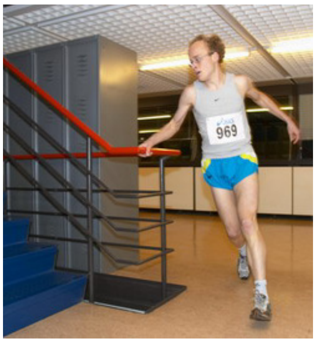
De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe groot is je eigen mechanisch vermogen?*

Uitwerking

1 Onderzoek – Meet je eigen vermogen

Bij traplopen til je je eigen gewicht omhoog, en daarbij wordt de energie uit je spieren omgezet in zwaarte-energie. Om de arbeid te bepalen moet je dus je gewicht (de zwaartekracht) en de hoogte van de trap meten.



Figuur 1 – Traploopwedstrijd.

De onderzoeksvragen zijn:

- Hoe groot is het maximale vermogen dat je bij traplopen kunt leveren?
- Realiseert de persoon met het grootste vermogen ook de snelste tijd?

a Voor de uitvoering van het onderzoek moet je dus zo snel mogelijk een aantal trappen oplopen. Daarbij kun je zowel het gewicht als het hoogteverschil aanpassen. Je kunt het gewicht aanpassen door in een rugzak extra gewicht mee te nemen. Je gaat dan wel iets langzamer, dus je moet ook weer niet teveel extra gewicht meenemen. Je kunt zelf het aantal traptreden kiezen. Meet het hoogteverschil.

Noteer de meetresultaten in de tabel. Neem ook de resultaten van klasgenoten over.

totale massa ( )	tijd ( )	hoogte ( )	vermogen ( )

b Hoe groot is jouw maximaal vermogen?

c Vergelijk jouw maximaal vermogen met het vermogen dat Lance Armstrong levert tijdens de Tour de France. Wat valt je op? Heb je daar een verklaring voor?

d Vergelijk jouw maximaal vermogen met dat van klasgenoten. Probeer voor de verschillen een verklaring te vinden.

Opgaven

2 Traploopwedstrijd

De trappen van het Erasmusgebouw van de universiteit van Nijmegen worden regelmatig gebruikt voor traploopwedstrijden (zie het artikel). De vloer van de twintigste en bovenste verdieping ligt op 84 m hoogte.

a Waarom is traplopen zoveel vermoeiender dan hardlopen op een vlakke weg? Noem twee factoren.

b Wat weet je van de gemiddelde kracht op de hardloper tijdens de trappenloop omhoog?

c Bereken hoe groot de arbeid is die deze kracht verricht bij het beklimmen van het Erasmusgebouw. Neem aan dat de massa van de winnaar bij de heren 70 kg bedraagt.

De winnaar bij de heren deed 4 minuten en 16,52 s over de totale race (aanloop van 600 m plus de ruim 400 treden). Voor de aanloop van 600 m had hij 90 s nodig.

d Bereken hoe groot het door hem ontwikkelde vermogen tijdens het traplopen minimaal is.

Twintig etages. Circa vierhonderd treden. Liefhebbers van een stevige inspanning leefden zich gisteren uit tijdens een traploopwedstrijd in het Erasmusgebouw van de universiteit. Hoe zwaar is dat?

Door MARTIJN VAN BEEK

NIJMEGEN • Een bereklus. Zo omschrijft inspanningsfysioloog P. Hollander van de Vrije Universiteit Amsterdam de traploopwedstrijd gisteravond in het Erasmusgebouw van de Nijmeegse universiteit. 'Maar ook niet onmogelijk.'

De jaarlijkse wedstrijd werd deze keer bij de heren gewonnen door Gaby van Caulil. Hij legde de vlakke aanloop van 600 meter, gevolgd door twintig etages met in totaal ongeveer vierhonderd treden af in 4 minuten en 16,52 seconden.

'Deelnemers gaan vier, vijf minuten voluit', analyseert Hollander het evenement. 'Dat betekent dat ze na ongeveer een minuut hun maximale hartslag bereiken en die dan verder vasthouden.'

Bron: *De Gelderlander*.

3 Cirkelbanen en impuls

3.5 Extra opgaven

Opgaven

1 Tennisbal

Petra slaat een tennisbal horizontaal weg. Tijdens de slag, die 0,080 s duurt, ondervindt de bal een kracht van gemiddeld 10 N. De tennisbal heeft een massa van 55 g. De snelheid van de bal op het moment dat het racket de bal raakt, wordt verwaarloosd.

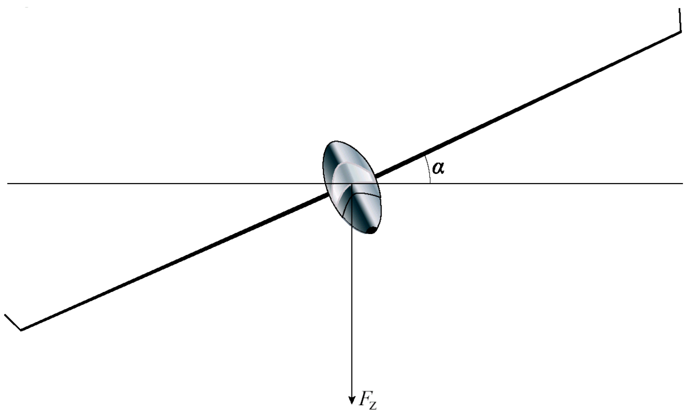
a Bereken de snelheid waarmee de bal het tennisracket verlaat.

Bij een andere slag slaat Petra een bal vanaf een hoogte van 2,30 m horizontaal weg. De bal verlaat het racket nu met een snelheid van 22 m/s. De bal doorloopt vervolgens een baan in een verticaal vlak.

b Bereken de afstand tussen Petra en de plaats waar de bal op de grond zou komen als er geen luchtwrijving zou zijn.

2 Zweefvliegen

Bij windstil weer maakt een zweefvliegtuig een bocht in het horizontale vlak met een constante baansnelheid van 120 km/h.



Figuur 1 – Zweefvliegtuig in een horizontale bocht.

Er werken dan in het verticale vlak twee krachten op het vliegtuig: de zwaartekracht F_z en de liftkracht F_{lift}. De liftkracht staat loodrecht op de vleugels. De massa van het vliegtuig is 420 kg.

a Leg uit dat er een resulterende kracht op het vliegtuig werkt.

b In welke richting werkt deze resulterende kracht?

c Teken in (een kopie van) figuur 1 de liftkracht op het vliegtuig in de juiste verhouding tot de zwaartekracht.

d Bepaal de straal van de bocht.

Figuur 2 – Valtoren.

3 Valtoren

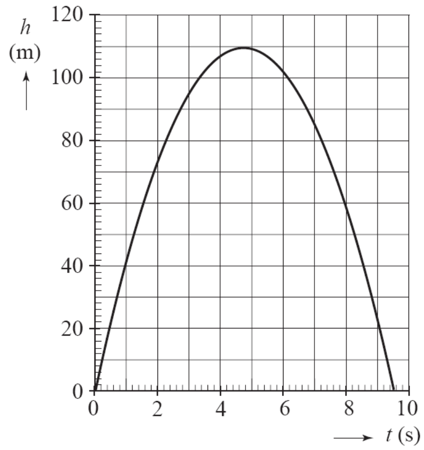
In een valtoren (zie figuur 2) wordt gewichtloosheid nagebootst. Een capsule wordt met een soort katapult afgeschoten.

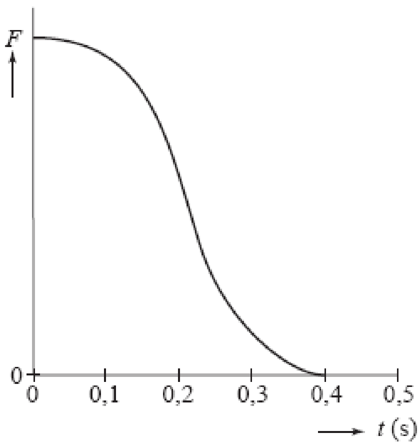
In de linkergrafiek van figuur 3 is de hoogte tijdens de 'vlucht' getekend vanaf het loskomen van de katapult. De wrijvingskracht is te verwaarlozen.

a Bepaal de snelheid van de capsule op het moment waarop de capsule loskomt van de katapult.

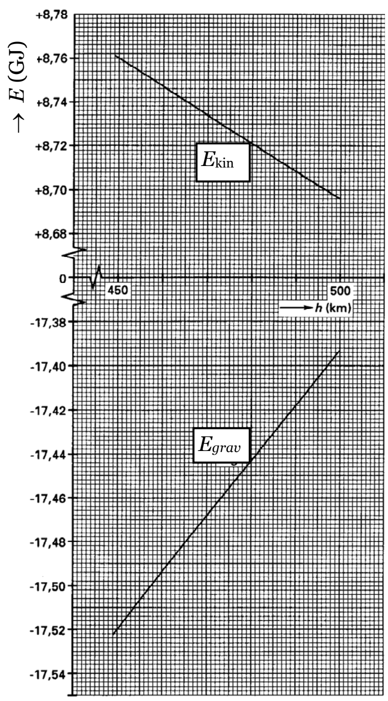
In de rechtergrafiek van figuur 3 staat de kracht die de katapult op de capsule uitoefent tijdens het wegschieten als functie van de tijd. Behalve de waarde 0 staan er verder geen waarden bij de F-as. De capsule heeft een massa van 120 kg.

b Bepaal de maximale waarde van de kracht die de katapult op de capsule uitoefent.





Figuur 3 – Hoogte en kracht tijdens de vlucht.



Figuur 4 – Gravitatie-energie en bewegingsenergie van een satelliet.

4 Satelliet

Een satelliet wordt vanaf de evenaar gelanceerd naar een 500 km hoge cirkelvormige baan rond de aarde. Op deze hoogte is de gravitatie-energie van de satelliet –17,393 GJ. De massa van de satelliet is 300 kg.

a Bereken de toename van de gravitatie-energie vanaf de lancering.

Op 500 km hoogte heerst geen volledig vacuüm. Hierdoor ondervindt de satelliet een kleine wrijvingskracht, zodat zijn hoogte langzaam afneemt. In figuur 4 staan de kinetische energie E_{kin} en de gravitatie-energie E_{grav} van de satelliet als functie van de hoogte h getekend.

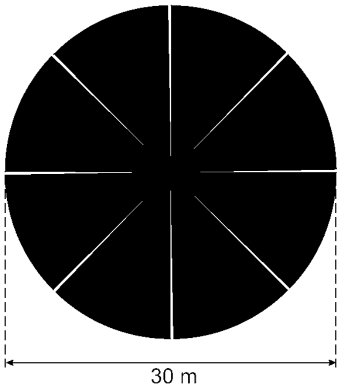
Gedurende drie jaar zakt de satelliet van de hoogte van 500 km naar 450 km. Hierbij cirkelt hij vele duizenden malen rond de aarde en legt daarbij een afstand af van $7{,}2 \cdot 10^{11}$ m.

b Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht die over deze afstand op de satelliet werkt.

3 Cirkelbanen en impuls

3.7 Extra opgaven

Opgaven



Figuur 1 – Zonnezeil.

1 Zonnezeil

Een zonnezeil is een reusachtige constructie in de ruimte die wordt aangedreven door fotonen van de zon. De kracht die deze fotonen uitoefenen is uitermate gering, maar voldoende om in de ruimte een groot zeil van dun reflecterend materiaal een redelijke snelheid te geven. Zo zijn uiteindelijk lange reizen langs diverse planeten te maken zonder dat er brandstof nodig is, is het idee. Helaas is het eerste zonnezeil bij de lancering op 21 juni 2005 verloren gegaan.

De beweging van het zonnezeil wordt veroorzaakt door fotonen (lichtdeeltjes) die tegen de reflecterende laag botsen. Een gemiddeld foton geeft een impulsverandering aan het zonnezeil van $2{,}41 \cdot 10^{-27}$ Ns.

De intensiteit van de zonnestraling vlakbij de aarde is $1{,}4 \cdot 10^{3}$ W/m^{2}. De energie van één foton is $3{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Het zeil is op te vatten als een cirkel met een straal van 30 m.

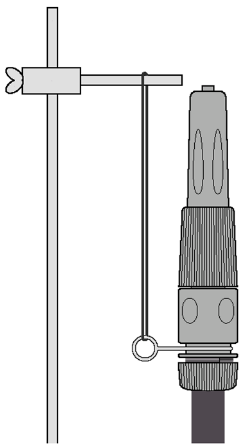
a Bereken het aantal fotonen dat per seconde op het zonnezeil valt.

b Bereken de totale kracht van de fotonen op het zonnezeil.

2 Tuinslang

Frank en Marloes doen proeven met een tuinslang. Eerst onderzoeken zij met welke snelheid het water uit de spuitmond spuit. Daartoe klemmen zij de spuitmond horizontaal in een statief (zie figuur 2).

Figuur 2



Figuur 3 – Spuitstuk van de tuinslang.

Met de op de foto zichtbare rolmaat meten zij de hoogte van de spuitmond tot de grond: 1,20 m. De wrijving van het water met de lucht wordt verwaarloosd.

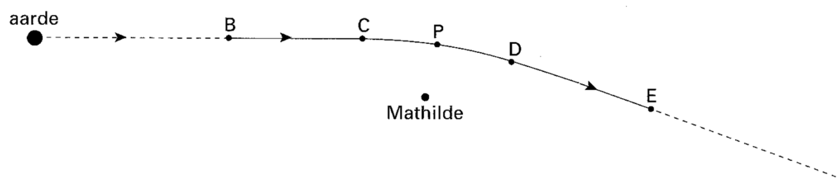
a Meet de horizontale afstand die het water aflegt en bereken daarmee de horizontale snelheid van het water bij het verlaten van de spuitmond.

Als Frank de tuinslang los op de grond legt, beweegt het spuitstuk achteruit ten gevolge van een terugstotende kracht. Met een krachtsensor meten Frank en Marloes dat deze kracht 0,45 N is. Er komt elke seconde 0,100 kg water uit de spuitmond. Het water ondergaat bij het passeren van de spuitmond een snelheidsverandering die de terugstotende kracht op de spuitmond veroorzaakt.

b Bereken de snelheidsverandering van het water bij het passeren van de spuitmond.

3 Mathilde

De planetoïde Mathilde is een kleine planetoïde met een massa van $1{,}0 \cdot 10^{17}$ kg. De massa van de planetoïde is bepaald door er met een sonde langs te vliegen. In figuur 4 is schematisch de baan van de sonde in de buurt van Mathilde getekend. De invloed van andere hemellichamen wordt buiten beschouwing gelaten.



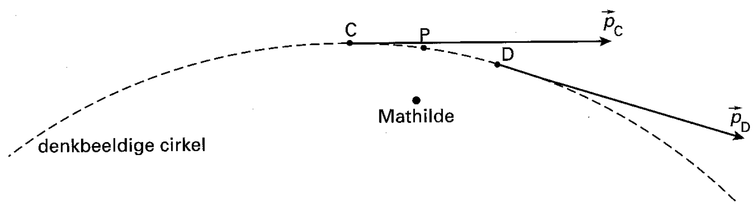
Figuur 4

De baan van de sonde kan in de buurt van P benaderd worden door een deel van een denkbeeldige cirkel. In P treedt de gravitatiekracht op als middelpuntzoekende kracht. In punt P heeft de sonde een afstand van 1200 km tot de planetoïde. De snelheid van de sonde in P is $5{,}6 \cdot 10^3$ m/s.

a Bereken de straal van de cirkelbaan in punt P.

Omdat de snelheidsrichting van de sonde verandert, verandert ook zijn impuls. Ook Mathilde ondergaat een impulsverandering. In figuur 5 zijn de impulsvectoren van de sonde in C en in D getekend. Buiten het traject CD is de invloed van de planetoïde op de sonde verwaarloosbaar.

b Construeer in (een kopie van) figuur 5 de impulsverandering die Mathilde krijgt door het passeren van de sonde.

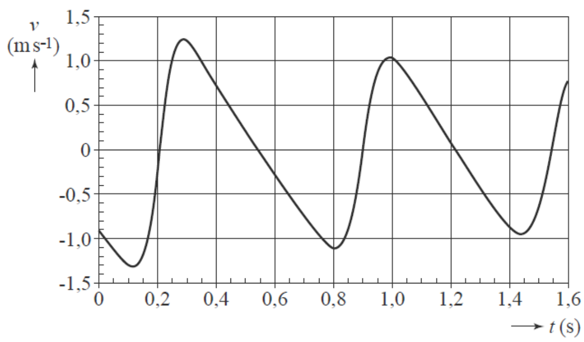


Figuur 5

4 Springstok

Thomas heeft een springstok gekregen. Tijdens het springen meet hij met een versnellingssensor de versnelling.

Figuur 6 – Thomas met springstok.



Figuur 7 – Snelheid,tijd-diagram tijdens het springen.

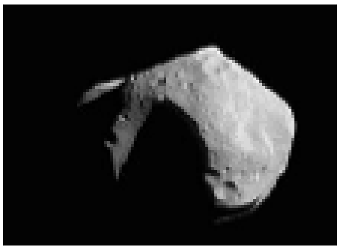
Met behulp van de computer wordt een grafiek gemaakt van de snelheid van Thomas tijdens het springen (zie figuur 7). Thomas heeft een massa van 45 kg.

Tijdens het springen komt de springstok los van de grond.

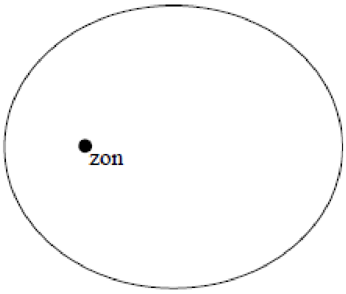
a Lees in de grafiek de snelheid van Thomas af op het moment dat de springstok voor het eerst op de grond komt.

b Bepaal de gemiddelde kracht van de springstok op Thomas gedurende het tijdsinterval dat de springstok voor het eerst contact maakt met de grond. Maak gebruik van impulsverandering.

5 Planetoïde



Figuur 8 – Planetoïde.



Figuur 9 – Ellipsvormige baan van een planetoïde.

Planetoïden zijn kleine, rotsachtige hemellichamen die rond de zon bewegen. De baan van een planetoïde is ellipsvormig. De totale energie van een planetoïde in zijn ellipsbaan om de zon bestaat uit de som van zijn kinetische energie en zijn gravitatie-energie.

a Beredeneer dat een planetoïde dichter bij de zon een grotere snelheid heeft dan op grotere afstand van de zon.

Op 29 januari 2008 'scheerde' een planetoïde met een doorsnede van 250 m op een afstand van $5{,}38 \cdot 10^8$ m langs de aarde. Neem aan dat de aarde zich toen tussen de zon en de planetoïde bevond (zie figuur 10).

Figuur 10 – De aarde bevindt zich tussen de zon en de planetoïde.

b Laat met een berekening zien of de planetoïde op die plaats sterker door de aarde of sterker door de zon wordt aangetrokken.

Stel dat de planetoïde met een massa van $1{,}9 \cdot 10^{10}$ kg recht op de aarde afkoerst met een snelheid van $3{,}7 \cdot 10^4$ m/s. Men zou dan kunnen proberen de planetoïde tegen te houden door hem te beschieten met een raket.

Ga uit van een raket met een massa van 280 ton en een snelheid van $1{,}3 \cdot 10^4$ m/s ten opzichte van de aarde. Neem aan dat de planetoïde en de raket frontaal botsen en na de botsing als één geheel verder gaan.

c Laat met een berekening zien dat hierbij de snelheid van de planetoïde nauwelijks zou veranderen.

3 Cirkelbanen en impuls

3.8 De lucht in: Mythbusters Border Slingshot

Wat gaan we doen?

In het tv-programma *Mythbusters* is onderzocht of het mogelijk is om mensen met een katapult over de grens van de Verenigde Staten te schieten.

Een dergelijke baan is een *kromlijnige beweging*: een beweging in twee richtingen.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- *Hoe kun je deze beweging beschrijven?*
- *Met welke snelheid moet je iemand afschieten om zo'n grote afstand te halen?*

1 Oriëntatie – Over de grens van de VS

Een claim die de mythbusters onderzocht hebben is het verhaal dat illegale immigranten met een katapult over de grenszone van de VS geschoten worden en daarbij veilig landen op een stapel zorgvuldig geplaatste matrassen. De zuidelijke grens van de VS is afgeschermd met hekken en wordt streng bewaakt. De grenszone is 200 yard (180 m) breed.

Figuur 1 – De avonturen van de mythbusters zijn te vinden op: dsc.discovery.com/fansites/mythbusters/mythbusters.html

Figuur 2 – Twee beelden uit Mythbusters aflevering 35: Border Slingshot.

De mythbusters bouwden een reuzenkatapult met twee kranen en een groot aantal rubber elastieken. De testpop werd onder een hoek van 45° (de ideale hoek voor lanceringen) weggeschoten. Neem aan dat de wrijvingskrachten geen rol van betekenis spelen.

a Wat voor soort beweging ontstaat bij deze lancering? Welke vorm heeft de baan van de pop?

b Bij de horizontale worp gelden twee bewegingsvergelijkingen: voor s_x en s_y. Eén van deze twee vergelijkingen is bij deze 'schuine worp' niet veranderd. Welke?

c Welk verschil is er tussen deze schuine lancering en de horizontale worp?

d Wat kun je bij een afschiethoek van 45° zeggen over de horizontale en de verticale component van de snelheid bij de start?

Plan van aanpak

De baan van de testpop is een beweging in twee richtingen: horizontaal en verticaal. In beide richtingen heeft de beweging een beginsnelheid. Om de baan te kunnen tekenen is een beginsnelheid nodig. Het plan van aanpak bestaat uit de volgende onderdelen:

- Maak een schatting van de afschietsnelheid.

- Breid de bewegingsvergelijkingen van de horizontale worp uit voor een beweging met een schuine beginsnelheid.
- Bepaal met de grafische rekenmachine of de bewegingsvergelijkingen de afschietsnelheid die nodig is om een afstand van 180 m te halen.

Uitwerking

De beweging in de verticale richting is een beweging met een beginsnelheid en een vertraging (en later een versnelling). Bij zo'n beweging geldt:

- voor de positie op tijdstip t: $s(t) = v_0 \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$
- voor de snelheid op tijdstip t: $v(t) = v_0 + a \cdot t$

Bij een valbeweging geldt: $a = g = -9{,}8$ m/s².

Figuur 3 – Op deze foto is te zien dat de rubber elastieken al na een korte afstand niet meer gespannen zijn. De pop bereikt al snel de maximale snelheid.

2 De afschietsnelheid

Bij het afschieten wordt over een korte afstand een grote snelheid bereikt. Ter vereenvoudiging nemen we aan dat het projectiel al vanaf de grond die snelheid heeft. De weggeschoten persoon heeft een massa van 80 kg.

Een eerste schatting voor de afschietsnelheid is 75 km/h. De richting van de snelheid maakt een hoek van 45° met de grond.

a Reken deze snelheid om in m/s en ga met een berekening na dat de horizontale en de verticale component van de beginsnelheid beide 15 m/s zijn.

b Leg uit dat de bewegingsvergelijkingen geschreven kunnen worden als:

$$s_x(t) = 15 \cdot t$$

$$s_y(t) = 15 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

Om de horizontale afstand te kunnen berekenen, moet je de tijd t – de tijdsduur van de vlucht – weten.

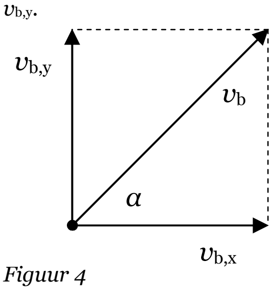
c Leg uit dat je de tijdsduur van de vlucht kunt berekenen door de vergelijking $s_y(t) = 0$ op te lossen.

d Bereken de tijdsduur van de vlucht en bereken daarmee hoe ver de pop komt bij deze beginsnelheid.

Maak nu naar keuze één van de twee volgende opdrachten. Verdeel eventueel de opdrachten over de klas.

Beginsnelheid

Bij een projectiel dat schuin afgeschoten wordt, kan de beginsnelheid v_b gesplitst worden in een horizontale beginsnelheid $v_{b,x}$ en een verticale beginsnelheid $v_{b,y}$.



Figuur 4

3 Bewegingsvergelijkingen oplossen

Bij de schuine lancering is de belangrijkste vraag: welke snelheid moet de pop hebben om een afstand van 180 m te halen, en is zo'n snelheid haalbaar met een afschietinstallatie? Bij een onbekende beginsnelheid v_b geldt:

$$s_x(t) = v_{b,x} \cdot t$$

$$s_y(t) = v_{b,y} \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

Omdat er twee bewegingsvergelijkingen zijn, moeten voor dit probleem twee vergelijkingen tegelijk opgelost worden.

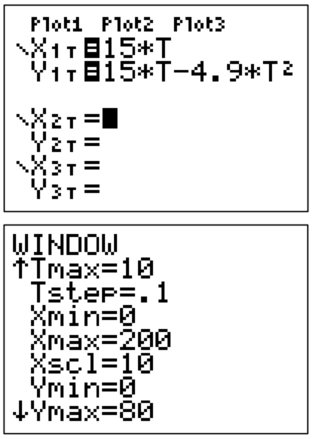
a Leg uit dat voor de landing moet gelden: $s_x(t) = 180$ en $s_y(t) = 0$.

b Noteer de twee vergelijkingen die je nu moet oplossen.

c Leg uit dat hier geldt: $v_{b,x} = v_{b,y}$. Gebruik dat om de vergelijkingen op te lossen. Dat wil zeggen: bereken t.

d Laat met een berekening zien dat bij deze oplossing hoort: $v_{b,x} = v_{b,y} = 29{,}7$ m/s.

e Bereken de eindsnelheid v in km/h.



Figuur 5 – Parametervoorstelling en windowinstellingen.

4 De baan tekenen met de grafische rekenmachine

De baan van de pop kan ook met de grafische rekenmachine onderzocht worden.

a Voer de bewegingsvergelijkingen als een *parametervoorstelling* in, en kies het juiste window (zie figuur 5).

b Teken de baan. Welke afstand haalt het projectiel van de mythbusters bij deze beginsnelheid?

c Verander de waarde van de beginsnelheid in de bewegingsvergelijkingen tot het projectiel een afstand van ongeveer 180 m haalt. Gebruik alleen gehele getallen en zorg ervoor dat $v_{b,x}$ en $v_{b,y}$ even groot zijn.

d Bereken de grootte van de beginsnelheid v in km/h.

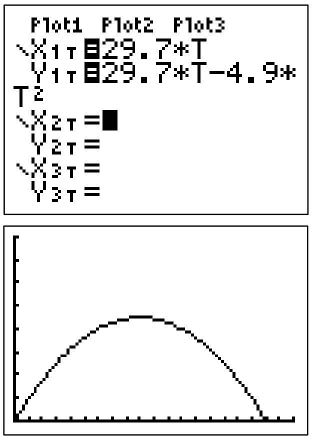
Het projectiel ploft uiteindelijk met een flinke snelheid op de grond. De eindsnelheid van de pop is eenvoudig te bepalen door gebruik te maken van energiebehoud. De wrijving is te verwaarlozen.

e Hoe groot is de eindsnelheid van het projectiel?

5 Conclusie

Wat is nu je conclusie? Kun je met een dergelijke installatie iemand de grens overschieten? En haalt die persoon levend de overkant?

Opgaven



Figuur 6 – Parametervoorstelling en kromlijnige beweging.

6 De afschietsnelheid en de richting

Bij de lancering van de mythbusters werd een afschiethoek van 45° gebruikt. Dat schijnt de ideale afschiethoek te zijn, maar is dat ook zo? Dat valt goed te onderzoeken door de beweging met de grafische rekenmachine te tekenen.

a Stel de grafische rekenmachine in op een parametervoorstelling en voer de bewegingsvergelijkingen in (zie figuur 6). Kies het juiste window.

b Teken de baan. Welke afstand haalt het projectiel van de mythbusters?

Om de baan bij een andere afschiethoek te berekenen, moet de beginsnelheid van 42 m/s eerst ontbonden worden in een horizontale en een verticale component.

c Kies een andere afschiethoek, bijvoorbeeld 30° of 60°, en bereken de horizontale beginsnelheid $v_{b,x}$ en de verticale beginsnelheid $v_{b,y}$.

d Onderzoek welke afstand daarmee gehaald wordt. Kies eventueel ook nog andere richtingen.

e Wat is nu je conclusie? Is een afschiethoek van 45° ideaal?

3 Cirkelbanen en impuls

3.9 De ruimte in: het hemelse gevoel van schommelen

Wat gaan we doen?

Ieder kind kent het hemelse gevoel van schommelen. Dat gevoel wordt veroorzaakt doordat je je afwisselend lichter en zwaarder voelt.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- *Waardoor wordt het hemelse gevoel veroorzaakt?*
- *Hoeveel zwaarder en lichter ben je bij het schommelen?*

1 Oriëntatie – Schommelen

Op een schommel voel je je afwisselend lichter en zwaarder.

a In welke punt(en) tijdens het schommelen voel je je lichter?

b In welke punt(en) tijdens het schommelen voel je je zwaarder?

c Kun je al vertellen wat er aan de hand is op die punten? Wat weet je daar bijvoorbeeld van de krachten? En wat weet je daar van de snelheid en de versnelling?

Uitwerking

Figuur 1 – Schommelen.

2 In het hoogste punt

In het hoogste punt dat de schommel bereikt is de snelheid heel even nul. In dat punt werken er twee krachten op de persoon in de schommel: de zwaartekracht en de 'draagkracht' van het zitje van de schommel.

In figuur 2 zie je een foto en een schets van de situatie.

Figuur 2 – Situatieschets in het hoogste punt van de schommel.

In de tekening van figuur 2 zijn de zwaartekracht en de 'draagkracht' van het zitje op schaal getekend.

a Hoe kun je aan de tekening zien dat de resulterende kracht niet nul is?

b Teken met een parallellogram de resulterende kracht.

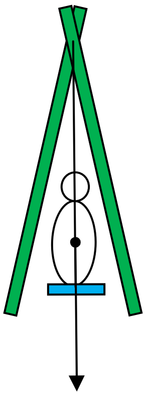
c Leg uit dat de persoon op de schommel in deze situatie versnelt.

d In welke richting versnelt de persoon op de schommel?

De 'draagkracht' van de schommel wordt ook wel de normaalkracht genoemd. Tijdens het schommelen verandert de normaalkracht voortdurend.

e Beschrijf hoe de normaalkracht tijdens het schommelen verandert.

f Leg uit dat de normaalkracht het 'gewicht' is dat je tijdens het schommelen voelt.



Figuur 3

3 In het laagste punt

In het laagste punt van de schommel is de snelheid juist maximaal. Ook in dat punt werken er twee krachten op de persoon in de schommel: de zwaartekracht en de normaalkracht van het zitje van de schommel.

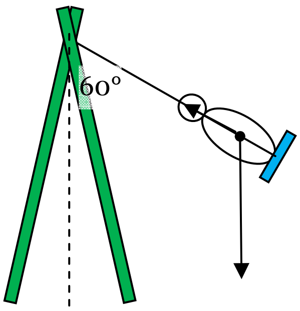
In de tekening van figuur 3 zie je een schets van de situatie. Alleen de zwaartekracht is op schaal getekend.

a In welke richting werkt nu de normaalkracht?

b Leg uit dat in deze situatie de snelheid (heel even) niet toeneemt of afneemt.

c Toch is in deze situatie de resulterende kracht niet nul. Leg uit dat de resulterende kracht omhoog moet zijn gericht.

d Hoe zit het in deze situatie nu met de middelpuntzoekende kracht? Leg uit hoe je F_{mpz} kunt bepalen uit F_n en F_z.



Figuur 4

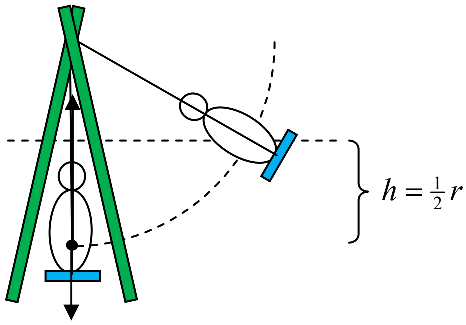
4 Rekenen aan het ‘gewicht’

Op een schommel voel je je afwisselend lichter en zwaarder. Je gewicht is in die situaties gelijk aan de normaalkracht van het zitje. In deze opdracht ga je berekenen hoeveel zwaarder of lichter je je voelt. We kijken daarbij alleen naar de situatie dat de maximale hoek 60° is (zie figuur 4).

a Laat zien dat de normaalkracht dan de helft van de zwaartekracht is.

b Hoeveel lichter voel je je dus in deze situatie?

In het laagste punt van de schommel is de snelheid maximaal. De normaalkracht en zwaartekracht zorgen samen voor de middelpuntzoekende kracht, die hier verticaal omhoog gericht is.



Figuur 5

Om de middelpuntzoekende te berekenen hebben we in elk geval de snelheid in het laagste punt nodig. Om die te berekenen kijken we naar de omzetting van energie.

Bekijk figuur 5. In het hoogste punt bevindt het zwaartepunt zich op een hoogt h boven het laagste punt.

c Leg uit dat voor de snelheid in het laagste punt geldt: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot r$.

d Vereenvoudig deze vergelijking tot $v^2 = \ldots$

e Laat zien dat $F_{mpz} = m \cdot g$.

De middelpuntzoekende kracht is bij een schommelhoek van 60° kennelijk even groot als de zwaartekracht, maar hoe zit het dan met je gewicht?

f Leg uit dat de normaalkracht in deze situatie 2 keer zo groot is als de zwaartekracht.

g Hoeveel keer zo zwaar voel je je dus?

h Leg uit dat deze waarden van het minimale en maximale gewicht op elke schommel haalbaar zijn.

3 Cirkelbanen en impuls

3.10 De ruimte in: een pakketje voor het ISS

Wat gaan we doen?

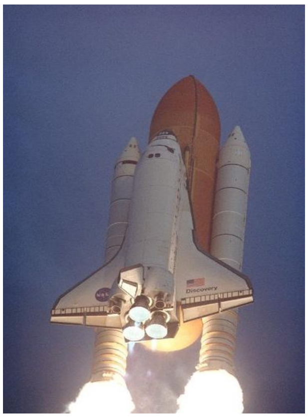
Voor een reis in de ruimte is veel energie nodig. Bij de lancering van het ruimteveer *Discovery* zijn de brandstoftanks veel groter dan het ruimteveer zelf, terwijl de reis 'slechts' naar een hoogte van 342 km gaat.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoeveel energie is er nodig voor een reis naar het ISS?*

1 Oriëntatie – Energie en arbeid bij een reis naar het ISS

Om een idee te krijgen van de hoeveelheid brandstof: het ruimteveer *Discovery* heeft zelf een massa van 127 ton, de gevulde brandstoftanks zijn 1900 ton. De tanks zijn daarmee 15 keer zo zwaar als het ruimteveer zelf. Zoveel brandstof is kennelijk nodig om op te stijgen naar een baan op een hoogte van 342 km.



Figuur 1 – Het ruimteveer Discovery heeft drie motoren die gevoed worden door de grote brandstoftank met vloeibare waterstof en zuurstof. Aan de zijkant zitten twee vaste brandstoftanks.

Figuur 2 – Landing van het ruimteveer.

Het ruimtestation ISS bevindt zich op een hoogte van ongeveer 342 km. De gemiddelde snelheid bedraagt 27.744 km/h. In 91,3 minuten draait het ISS om de aarde.

a Om het ruimteveer naar het ISS te brengen moet het 'opgetild' worden over een afstand van 342 km. Om welke energiesoort gaat het dan?

b Welke andere energiesoort speelt hier een rol?

c Bij het op hoogte brengen van het ruimteveer is de zwaartekracht niet constant. Hoe kun je de arbeid die voor het optillen nodig is bepalen als de kracht niet constant is?

Plan van aanpak

De hoeveelheid brandstof hangt natuurlijk ook af van de massa van het ruimtevaartuig zelf. Om het rekenwerk eenvoudig te houden, werken we eerst met een massa van 1 kg. De massa van het ruimteveer wordt pas in een later stadium gebruikt. Het plan van aanpak bestaat uit de volgende onderdelen:

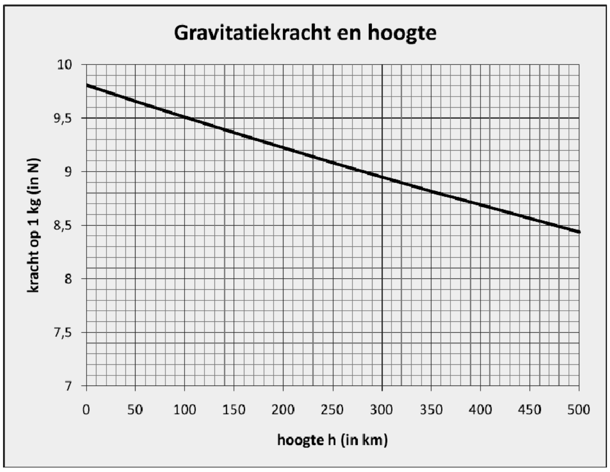
- Ga na hoe de gravitatiekracht afneemt met de hoogte.

- Bepaal de arbeid die nodig is voor het optillen met de oppervlakte-methode.
- Gebruik de snelheid van het ISS om de toename in bewegingsenergie te berekenen.
- Bereken de totale energie voor een reis naar het ISS.

Uitwerking

2 Arbeid voor het optillen

In de grafiek van figuur 3 zie je hoe de gravitatiekracht op een voorwerp met een massa van 1 kg afneemt met de hoogte.



Figuur 3 –Gravitatiekracht en de hoogte boven het aardoppervlak.

Gravitatiekracht
Voor de aantrekkingskracht van de Aarde geldt:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{M_{aarde} \cdot m}{r^2}$$

$G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²
$M_{aarde} = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg
r is de afstand tot het midden van de Aarde (in m)
$R_{aarde} = 6{,}378 \cdot 10^{6}$ m

a Bereken de gravitatiekracht op een voorwerp met een massa van 1,0 kg op een hoogte van 342 km boven het aardoppervlak.

Voor het optillen van het ruimteveer is veel energie nodig.

b Hoe kun je uit de grafiek van figuur 3 de arbeid bepalen die nodig is voor het optillen?

c Leg aan de hand van de grafiek uit dat je dan de gemiddelde gravitatiekracht kunt gebruiken.

De massa van het ruimteveer is $127 \cdot 10^3$ kg.

d Bereken de energie die nodig is om het ruimteveer naar een hoogte van 342 km te brengen. Geef het antwoord in gigajoule (1 GJ = 10^9 J).

3 Bewegingsenergie

Volgens de gegevens heeft het ISS een gemiddelde snelheid van 27.744 km/h.

a Ga met een berekening met $v^2 \cdot r = G \cdot M$ na dat die snelheid ongeveer klopt bij een baan op een hoogte van 342 km.

Om aan het ISS vast te koppelen moet het ruimteveer eerst in dezelfde baan als het ISS gebracht worden.

b Bereken de bewegingsenergie die het ruimteveer moet hebben in de baan van het ISS. Geef het antwoord in GJ.

Omdat de aarde draait, heeft het ruimteveer aan de grond ook al een klein beetje bewegingsenergie. Om die reden worden lanceringen altijd in de draairichting van de aarde uitgevoerd.

c De evenaar heeft een omtrek van ongeveer 40.000 km. Bereken de snelheid waarmee een punt op de evenaar ronddraait.

d Neem aan dat het ruimteveer aan de grond dezelfde snelheid heeft als een punt op de evenaar. Bereken de bewegingsenergie van het ruimteveer aan de grond in GJ.

e Hoe groot is de toename van de bewegingsenergie?

f **Extra –** Vergelijk de totale energie die nodig is om het ruimteveer naar het ISS te brengen met de verbrandingswarmte van waterstof en zuurstof (15,8 MJ/kg). Wat is dan je conclusie?