

Muon verval

Handleiding Coach

Colofon

Het muon levensduurexperiment is ontwikkeld aan het NIKHEF te Amsterdam onder leiding van Prof.Dr. Frank Linde. Ook de detectoren en elektronica zijn aan het NIKHEF ontworpen en gefabriceerd.

Vanuit het Project Moderne Natuurkunde (PMN, Universiteit Utrecht) zijn de bijbehorende lesmaterialen en HistoFit ontwikkeld door:

Michel Takes en Piet Molenaar, Amstel Instituut, UvA,

David Fokkema, Kaj Munk College en

Gerrit Kuik, Kaj Munk College/Vrije Universiteit.

Het AMSTEL Instituut heeft een speciale Coach 6 versie beschikbaar gemaakt voor experimentaansturing (met dank aan Marijn van Eupen).

Ed van den Berg (PMN, Universiteit Utrecht) en Cor de Beurs (Amstel Instituut, UvA) hebben het project logistiek ondersteund en begeleid.

Het muon levensduurexperiment is tot stand gekomen met financiële ondersteuning van de Stichting Weten.



Het muon levensduurexperiment kan uitgevoerd worden met behulp van de muondetectoren die bij verschillende scholen geleend kunnen worden. Scholen dienen alleen in het bezit te zijn van een PC en een CoachLab II of ULAB interface.

Inhoud

1.0	Inleiding	4
2.0	Einstein en muonen	6
3.0	Kans op verval	7
4.0	Achtergrondstraling	8
5.0	Gemiddelde vervaltijd en halfwaardetijd	9
6.0	Bepaling van de gemiddelde vervaltijd	9
6.1	Maken van een histogram m.b.v. Coach 6	9
7.0	Correctie m.b.v. de achtergrondstraling	13

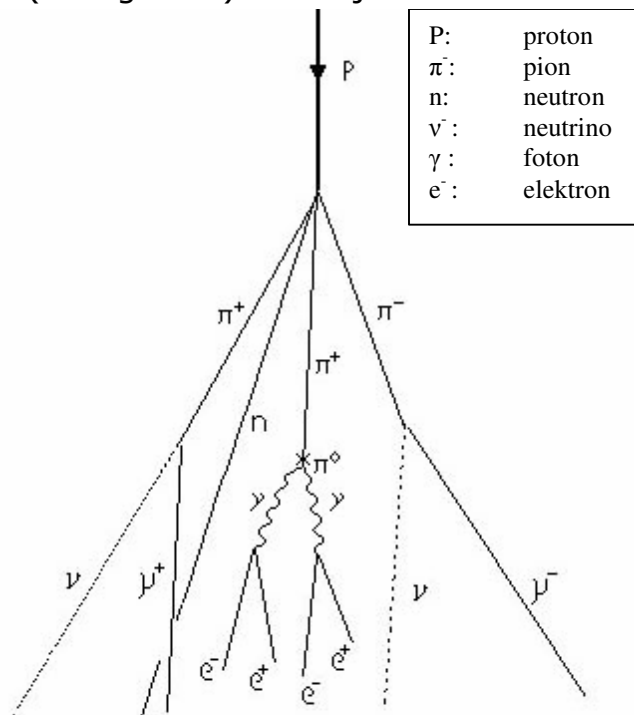
1.0 Inleiding

De aarde is van buiten af continu onderhevig aan een bombardement van kosmische deeltjes uit het heelal. Deze deeltjes hebben een verscheidenheid aan energie. De laag energetische deeltjes komen van sterren zoals onze eigen zon. Hoog energetische deeltjes zijn afkomstig van neutronensterren; wat de resten zijn van geëxplodeerde sterren.

De oorsprong van de meeste kosmische deeltjes is nog een mysterie. Astrofysici zijn nog niet in staat te verklaren hoe het komt dat kosmische deeltjes zo'n hoge energie kunnen bereiken.

De deeltjes die de aarde bereiken zijn klein en onzichtbaar voor het blote oog en we merken er vrijwel niets van. Gelukkig hebben we het niet over kiezelstenen want per seconde gaan ongeveer 1000 van deze deeltjes door een vierkante meter van de atmosfeer.

Kosmische deeltjes met een verscheidenheid aan energieën dringen bij aankomst de atmosfeer van de aarde binnen. Het totaal aantal deeltjes dat de atmosfeer binnendringt bestaat voor circa 90% uit protonen (geïoniseerde atoomkernen). Wanneer het proton de atmosfeer binnendringt, botst het tegen een N_2 of O_2 molecuul. Deze botsing ontketent een reactie waarbij er uiteindelijk een lawine van deeltjes ontstaat (zie figuur 1). Hierbij ontstaan ook muonen.

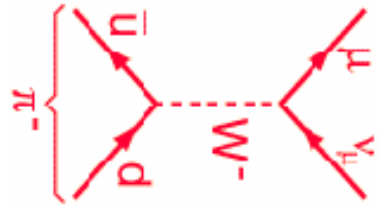


figuur 1, een lawine van deeltjes

Als je de lawine op de voorgaande pagina goed bekijkt zie je, dat, na de interactie met een N₂ of O₂ molecuul er twee deeltjes ontstaan: het pion π^- en zijn antideeltje het antipion π^+ . Zowel pion en antipion vervallen binnen zeer korte tijd via de volgende twee vervalreacties:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + (\text{muon-neutrino})$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + (\text{muon-anti-neutrino})$$



figuur 2, 'Het antipion en pion verval' met rechts het bijhorende (pion) Feynman-diagram

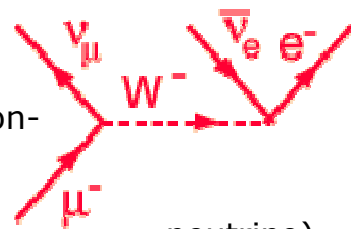
In het plaatje rechts is het zogenaamde Feynman-diagram van het onderstaande verval getekend. Het pion bestaat uit een anti up-quark en down-quark paar. Het pion vervalt naar een muon en een muon-anti-neutrino volgens de zwakke wisselwerking wat wordt weergegeven met het W⁻-boson.

Als we uitgaan van een pion bezit alleen het muon een elektrische lading. Het muon heeft een sterkere wisselwerking met materie dan het neutrino. De detectie van muonen is om deze reden eenvoudiger dan bij neutrino's.

Naast het pion is het muon zelf ook instabiel en zal vervallen naar een elektron en twee neutrino's. Hieronder is het verval weergegeven van respectievelijk het muon en anti-muon.

$$\mu^- \rightarrow e^- + (\text{elektron-anti-neutrino}) + (\text{muon-neutrino})$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + (\text{muon-neutrino}) + (\text{elektron-anti-neutrino})$$



figuur 3, 'Het pion en antipion verval' met rechts het bijhorende (muon) Feynman-diagram

Het muon vervalt uiteindelijk in een, elektron, een neutrino en anti-neutrino. Net als bij het pion gaat ook dit verval via de zwakke wisselwerking.

Opgave 1¹

Muonen behoren tot de familie van de leptonen. Toon aan dat in de laatste twee vervallen is voldaan aan de behoudswet voor het leptongetal.

2.0 Einstein en muonen

De creatie van muonen gebeurt op ongeveer 60 km boven het aardoppervlak. Daarna zullen ze met zeer grote snelheid op het aardoppervlak afkomen.

De gemiddelde snelheid van een muon is bekend en bedraagt 0,99 maal de lichtsnelheid, oftewel $0,99 \cdot 2,99 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1} \cong 297000 \text{ km s}^{-1}$, zeer snel dus.

Zoals in de inleiding al is uitgelegd zal een muon na creatie direct vervallen.

De *gemiddelde* vervaltime (ook wel levensduur) van muonen gemeten in rust is $2,2 \mu\text{s} = 0,000022 \text{ s}$. In dit practicum is het de bedoeling dat je dit zelf gaat bepalen.

Opgave 2

Bereken m.b.v. de gegevens hierboven de afgelegde weg van een muon met een vervaltime van $29,62 \mu\text{s}$. Bereikt dit muon na creatie het aardoppervlak?

Je kan je afvragen hoe het mogelijk is dat een muon met deze vervaltime vanaf een hoogte van 60 km het zeeniveau weet te bereiken. Het antwoord hierop werd gegeven door Albert Einstein. Die verklaarde m.b.v. zijn speciale relativiteitstheorie dat de inwendige klok van een deeltje langzamer loopt zodra deze t.o.v. ons met een snelheid in de orde van de lichtsnelheid naar ons toe of af beweegt. Hij drukte dit uit met behulp van de volgende formule:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{\text{rel}}}{c}\right)^2}} \Delta t' \quad (1)$$

Hierbij is v_{rel} de relatieve snelheid van het deeltje t.o.v. ons en c de lichtsnelheid. Verder is $\Delta t'$ de vervaltime die je meet wanneer je t.o.v. het muon in rust bent en Δt de vervaltime die je zou meten wanneer het muon t.o.v. jou beweegt.

¹ Opgave valt buiten het reguliere programma, wel binnen PMN

Einstein toonde met deze formule aan dat de vervaltijd die je van een muon meet afhankelijk is van het gegeven of jij met je stopwatch t.o.v. het deeltje beweegt of stilstaat. Dit kan je zien aan de formule hierboven. Zodra de relatieve snelheid gelijk is aan nul (ofwel je beweegt met het deeltje mee) zal de factor γ gelijk zijn aan 1 (want $v_{rel} = 0$). De vervaltijd die je met je stopwatch meet $\Delta t'$ zal dan gelijk zijn aan de vervaltijd van een muon in rust Δt .

Maar zodra je nu vanaf de aarde de vervaltijd meet ben je niet meer in rust t.o.v. het muon (dus $v_{rel} \neq 0$). De factor γ zal dan groter zijn dan 1 en dus zal Δt (de vervaltijd die je vanaf de aarde meet) groter zijn dan $\Delta t'$ (de vervaltijd van een muon in rust).

Opgave 3

Toon m.b.v. formule (1) aan dat een muon met een levensduur van $29,62 \mu\text{s}$ het aardoppervlak kan bereiken.

3.0 Kans op verval

Tot nu toe hebben we alleen gesproken over de gemiddelde levensduur van muonen. Dit gemiddelde houdt dus in dat er ook muonen zijn die sneller of langzamer vervallen dan $2,2 \mu\text{s}$ (net als het muon in opgave 2 en 3).

Je kan je nu afvragen hoeveel muonen van het totale aantal bij een bepaalde levensduur vervalst. Het is namelijk zo dat er relatief veel muonen 4 of 5 keer zo zou oud worden dan de gemiddelde levensduur.

De levensduur van een muon kan vergeleken worden met een kansproces. Dat wil zeggen: een muon heeft een bepaalde kans om te vervallen.

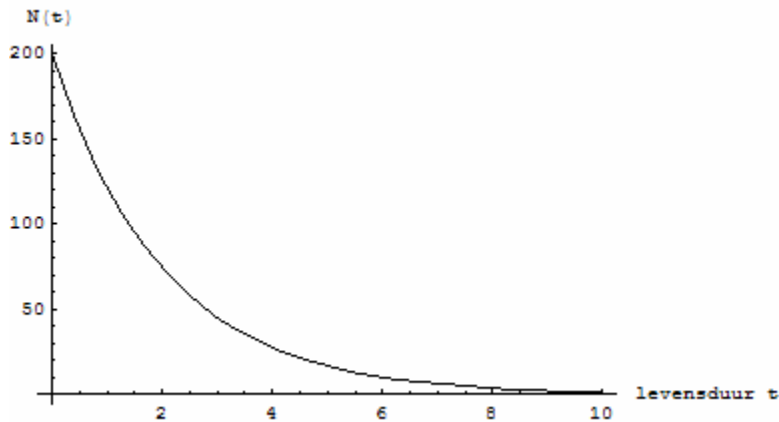
Dit kansproces voldoet aan een exponentiele verdeling. Deze wordt gegeven door de volgende formule:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

Hierbij is:

$N(t)$	het aantal muonen bij een levensduur t ;
N_0	het aantal muonen op het moment $t = 0$
t	de levensduur;
τ	de gemiddelde vervaltijd van de muonen.

De verdeling wordt dus gegeven met een exponentiele functie. In figuur 4 zie je het verloop van deze verdeling waarbij het aantal muonen verticaal tegen de levensduur horizontaal is uitgezet.



figuur 4, de exponentiele verdeling van de vervaltijd van muonen

Omdat het verval van een muon een kansproces is hoeven we in onze metingen geen rekening te houden met hoe lang een muon al onderweg is voordat hij in onze detector belandt. De verdeling die je na het meten zal zien blijft het zelfde, het maakt dus niet uit op welk moment je begint te meten.

Opgave 4

Laat zien m.b.v. formule (2) dat meten op een later tijdstip de verdeling inderdaad ongewijzigd laat.

4.0 Achtergrondstraling

Bij het analyseren van de data in het experiment moeten we rekening houden met de mogelijke achtergrond. Dit zijn waarnemingen die niets te maken hebben met een muon coïncidentie. Deze kunnen door verschillende bronnen veroorzaakt worden.

De computer zal om deze reden ten onrechte meer waarnemingen registreren dan relevant is.

Het gevolg is dat er bij de verdeling (2) een aantal achtergrondwaarnemingen wordt opgeteld. De verdeling zal dan niet gegeven worden door (2) maar door:

$$N(t) = N_0 e^{\frac{-t}{\tau}} + A \quad (3)$$

Hierbij wordt de achtergrond gegeven door de constante A.

5.0 Gemiddelde vervaltijd en halfwaardetijd

Van een aantal N_0 muonen is het mogelijk met behulp van de verdeling gegeven door (2) de gemiddelde levensduur van de muonen te bepalen. In het experiment is het de bedoeling om te laten zien dat de verkregen data inderdaad aan deze verdeling voldoet om tot slot hieruit de gemiddelde levensduur τ te bepalen.

Naast de gemiddelde levensduur is het ook mogelijk de halfwaardetijd te berekenen. Halfwaardetijd en gemiddelde levensduur hebben een totaal verschillende betekenis. De halfwaardetijd, in ons geval aangeduid met $t_{1/2}$, is de tijd die nodig is om het aantal muonen dat nog niet vervallen is te verlagen met een factor twee. De halfwaardetijd wordt gegeven door de onderstaande formule:

$$t_{\frac{1}{2}} = \ln 2 \tau \quad (4)$$

Opgave 5

Toon aan m.b.v. formule (2) dat de halfwaardetijd gegeven wordt door (4).

6.0 Bepaling van de gemiddelde vervaltijd

In dit onderdeel ga je met behulp van de opstelling binnen Coach 6 de gemiddelde vervaltijd van het muon bepalen.

6.1 Maken van een histogram m.b.v. Coach 6

Sluit eerst de hardware aan (beschreven in de docentenhandleiding). Open binnen Coach 6 voor muonendetector → halfwaardetijden bepalen het project "Muonen Detectie". Kies als activiteit "Muonen! (CoachLab II)" of "Muonen! (ULAB)", afhankelijk van de gebruikte interface.

Druk op  (start) . De computer begint nu met het registreren van de muonen die binnen in de detector vervallen. Voor een goede analyse van de data is het belangrijk dat je zo veel mogelijk data

opneemt. Dit houdt in de praktijk in dat je ongeveer 24 uur moet meten. Maar mocht je langer kunnen meten doe dit gerust want hierbij geldt des te meer data je uiteindelijk hebt hoe des nauwkeuriger je de gemiddelde levensduur kan bepalen.

Analyseren van de data

Druk op  (stop) zodra je denkt over voldoende data te beschikken (in deze handleiding is gebruik gemaakt van 989 data punten). Om het exponentieel verval uit de theorie weer te kunnen geven moet je de data in histogrammen verticaal tegen de levensduur horizontaal gaan uit zetten.

Ga hiervoor met je muis op je tabel met data staan en druk op de rechtermuisknop. Kies vervolgens **statistics** en daarna **histogram**. Je komt nu in kader "histogram". Een overzicht van de instellingen voor het maken van een histogram is hieronder in een tabel weergegeven.

		Opmerkingen
Column	levensduur (*)	
Lower boundary	0.30 (**)	ondergrens van je histogram
Upper Boundary	35.30 (**)	bovengrens
Number of bins	35	aantal histogrammen

- (*) Het is belangrijk dat je bij **column** kiest uit levensduur omdat de data hierin in de juiste eenheid (μs) is aangegeven.
- (**) Kies als **lower boundary** een getal groter dan nul . Een ondergrens gelijk aan nul geeft binnen Coach problemen met de fitanalyse die je later nodig hebt.
Kies daarom een **upper boundary** groter dan 35, dit om voldoende data te bewaren.

Je bent nu klaar met het instellen van je diagram. Druk nu op **start** en vervolgens op **OK** om je histogram met een rechtermuisklik op het witte scherm rechts van je tabel met data weer te geven.

Opdracht 1

Bepaal nu m.b.v. een fit op je verkregen verdeling de gemiddelde vervaltijd van muonen, kies hierbij de juiste fit functie (denk hierbij aan de achtergrond).

Instructie

Houd de selectie-pijl van je muis op het diagram. Druk op de rechtermuisknop. Kies **Analyse** en daarna **Function-fit**.
Wat is de achtergrond?

Opdracht 2

Bepaal de halfwaardetijd. Wat kan je hieruit concluderen?

Opdracht 3

Probeer een diagram te maken waarbij verticaal de natuurlijke logaritme van het aantal muonen is uitgezet tegen de vervaltijd (levensduur) horizontaal. Welk verloop verwacht je te zien? Waarom is het verband bij grote tijdwaarden niet meer evenredig? Bepaal het hellingsgetal van de grafiek. Wat is de betekenis van dit getal?

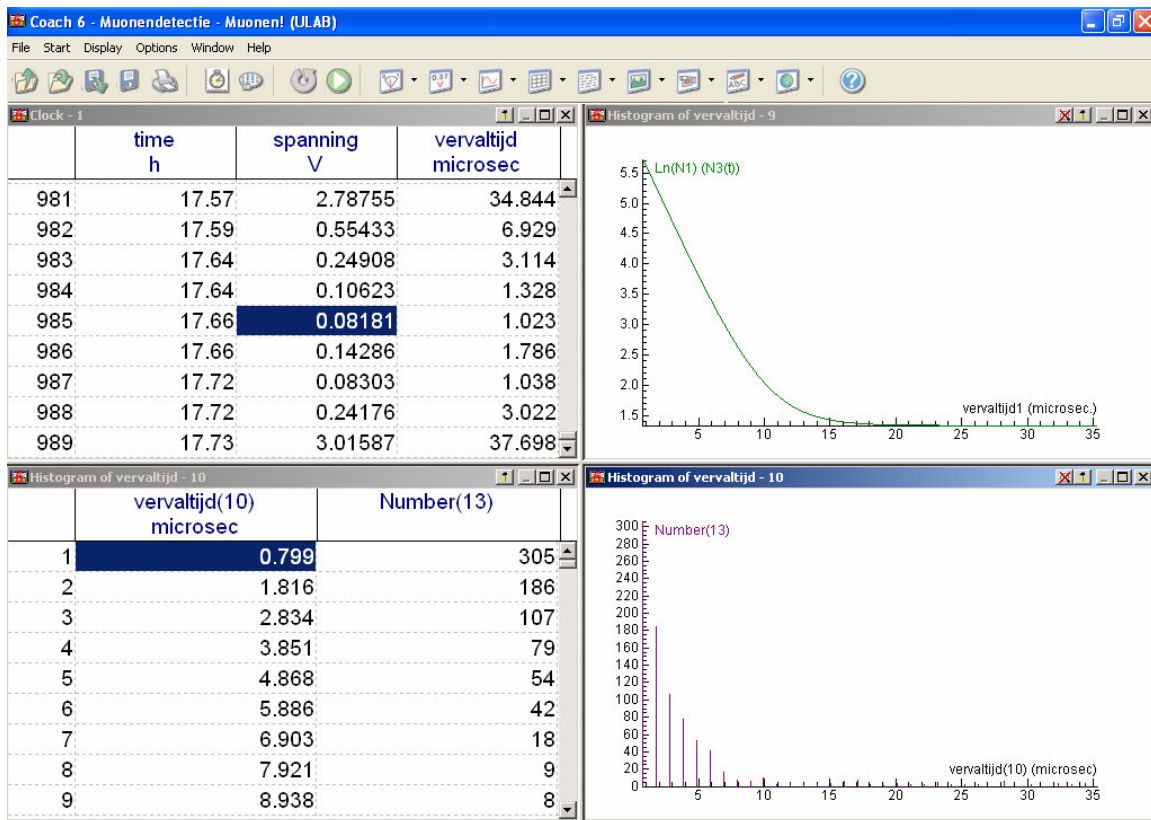
Instructie

Ga op het histogram staan. Druk op je rechtermuisknop en kies vervolgens **Create/Edit diagram....** Gebruik vervolgens voor elke **Data range** de instellingen hieronder aangegeven in een tabel.

Data range	C3	C4	C5
Connection	Formula	Formula	Formula
Formula	Niets aan veranderen	Niets aan veranderen	Zie hieronder (*)
Axis	Invisible	Invisible	First vertical
Quantity	Aantal	Fit van histogram	Ln(Fit)

- (*) Bij formula moet je kiezen welke formule je wilt gebruiken. Druk hiervoor op **Edit Formula**, kies vervolgens rechts de functie **Ln()** en links de variabele **Fit van histogram** en sluit dit formule kader af met **OK**.

Nadat je dit kader hebt afgesloten druk je nogmaals op **OK**. Als het goed is zie je nu de grafiek Ln(Fit) rechts van je data verschijnen. De grafiek is echter slecht te zien. Druk daarom m.b.v. je rechtermuisknop op **Zoom to fit** en je krijgt het plaatje zoals (rechtsboven) is weergegeven op de volgende pagina.



Als het goed is heb je nu op je scherm de indeling zoals hierboven (in de bovenste helft) is weergegeven. Hierbij staat links je data en rechts daarvan de functie $\ln(\text{Fit})$. Bepaal het hellingsgetal m.b.v. je rechtermuisknop en de selectie **analyse** en **slope**.

Opdracht 4

Probeer nu de vervaltijd en het aantal muonen bij deze tijd in twee kolommen naast elkaar te zetten zoals linksonder in het figuur hierboven is weergegeven.

Bepaal aan de hand van de waarden in dit tabel m.b.v. formule (3) de gemiddelde vervaltijd.



Druk eerst op (show panel) om aan de onderkant van je scherm twee nieuwe lege kaders te krijgen.

Instructie

Maak opnieuw een histogram (zie par. 7.1) van je data in de tabel linksboven en beeld deze af rechtsonder in je scherm. Ga op dit histogram staan en druk op je rechtermuisknop en kies voor de optie **Display as a Table**. Druk vervolgens op het witte scherm linksonder en je krijgt het resultaat zoals je hierboven in het figuur ziet.

7.0 Aftrekken van de achtergrond

De achtergrond A die je hebt bepaald in opdracht 1 kan je van het aantal muonen per vervaltijd aftrekken. Dit doe je door in de tabel dat je in opdracht 4 hebt gemaakt een extra kolom toe te voegen waarin je de vervaltijd minus de achtergrond aangeeft.

Opdracht 5

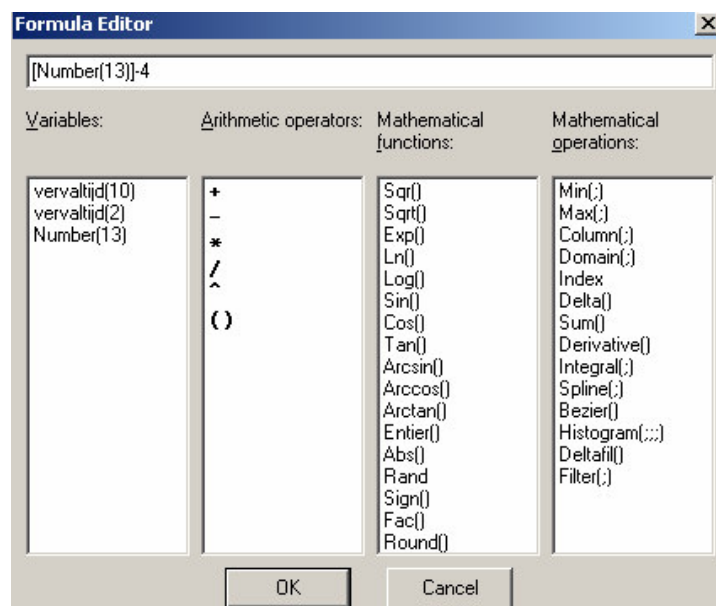
Maak de tabel en laat het bijhorende histogram zien. Bepaal nu met de juiste fit de waarde van de gemiddelde vervaltijd (denk erom nu is er geen sprake van achtergrond).

Is er een verschil tussen de gevonden waarde in opdracht 1 en die je nu bepaald hebt?

Instructie

Plaats de selectie-pijl op de tabel. Druk op de rechtermuisknop en vervolgens op **Create/Edit table....**

Druk in het vak **Data range** op **C4** (de eerstvolgende ongebruikte 'data range') en kies in het kader **Connection** voor **Formula**. Druk (net als in opdracht 3) op **Edit Formula**, je krijgt nu het kader 'Formula editor' zoals hieronder is weergegeven.



Kies links als variabele **Number[13]** (de kolom met het aantal muonen). Als het goed is verschijnt deze variabele boven in de witte regel. Trek van deze variabele de achtergrond af (in dit voorbeeld is de achtergrond ongeveer 4).

Druk op **OK** en vul het **Create/Edit a table** kader verder in zoals hieronder is weergegeven.

The screenshot shows the 'Create/Edit a table' dialog box. In the 'Diagram' section, the 'Name' field is 'Histogram of vervaltijd - 10'. The 'Show row index' checkbox is checked, and 'Show column letters' is unchecked. In the 'Column' section, the 'Data range' is 'C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8', with 'C4' highlighted. The 'Connection' dropdown is set to 'Formula', and the 'Invisible' checkbox is unchecked. The 'Formula' field contains '[Number(13)]-4'. The 'Quantity' field contains 'Aantal minus A', and the 'Unit' field is empty. The 'Decimals' field is set to '0'. On the right side, there are buttons for 'OK', 'Cancel', 'Edit Formula', and 'Help'.

Voordat je op OK drukt is het belangrijk dat je het vakje **Invisible** bij 'Data range' C3 aanvinkt. Op deze wijze laat je in je tabel alleen de gecorrigeerde kolom C4 zien i.p.v. C4 en C3.

Druk op **OK**. Als het goed is zie je rechts een grafiek (*) van het **Aantal minus A**. Hiervan kan je m.b.v. de fitfunctie (zie opdracht 1) een functiefit van maken.

- (*) Druk ook even op **Zoom to fit** om de grafiek goed weer te geven. Je kan hier een histogram van maken m.b.v. je rechtermuisknop en de selectie **Diagram style** en type **Histogram**.

Opdracht 6

Doe hetzelfde als in opdracht 3 maar nu voor de waarden het histogram uit opdracht 5. Verklaar het verschil tussen dit verloop en het verloop wat je kreeg in opdracht 3.